Complessità computazionale

Problemi difficili e nondeterminismo

Piero A. Bonatti

Università di Napoli Federico II

Laurea Magistrale in Informatica

Tema della lezione

- Parleremo spesso di problemi che sono "difficili" in due sensi: *computazionale*
  - tutti gli algoritmi noti che li risolvono richiedono tempo (almeno) esponenziale

  e *teorico*: l'analisi del problema è difficile; non si riesce a dimostrare
  - nè che esistono algoritmi polinomiali
  - nè che non ne esistono

Tema della lezione

- Abbiamo già incontrato un problema simile: il TSP
- Ma non è il solo: abbiamo anche
  - La fattorizzazione degli interi
  - Il problema di decidere se una formula della logica proposizionale è soddisfacibile
  - In uno scenario dove alcune aziende posseggono quote di altre aziende: decidere se una azienda è strategica
    - appartiene a un sottinsieme minimo delle controllate sufficiente a produrre tutti i prodotti attualmente venduti

Tema della lezione

- Alcune domande da porci per capire meglio questi problemi:
  - hanno tutti la stessa complessità?
  - hanno tutti la stessa struttura?
  - è possibile uno schema di soluzione comune?
- In realtà TSP e soddisfacibilità hanno la stessa complessità e struttura simile
- Mentre è ragionevole congetturare che la fattorizzazione sia leggermente più facile e il problema delle *strategic companies* strettamente più difficile
- Durante il corso arriveremo a tracciare una mappa delle inclusioni tra molte diverse classi di complessità
- e qualche risultato di separazione stretta tra queste classi
- visto che sono pochi, analizzeremo cosa cambierebbe se alcune di quelle classi coincidessero

Tema della lezione

- Alcune domande da porci per capire meglio questi problemi:
  - hanno tutti la stessa complessità?
  - hanno tutti la stessa struttura?
  - è possibile uno schema di soluzione comune?
- In realtà TSP e soddisfacibilità hanno la stessa complessità e struttura simile
- Mentre è ragionevole congetturare che la fattorizzazione sia leggermente più facile e il problema delle *strategic companies* strettamente più difficile
- Durante il corso arriveremo a tracciare una mappa delle inclusioni tra molte diverse classi di complessità
- e qualche risultato di separazione stretta tra queste classi
- visto che sono pochi, analizzeremo cosa cambierebbe se alcune di quelle classi coincidessero

Tema della lezione

- Alcune domande da porci per capire meglio questi problemi:
  - hanno tutti la stessa complessità?
  - hanno tutti la stessa struttura?
  - è possibile uno schema di soluzione comune?
- In realtà TSP e soddisfacibilità hanno la stessa complessità e struttura simile
- Mentre è ragionevole congetturare che la fattorizzazione sia leggermente più facile e il problema delle *strategic companies* strettamente più difficile
- Durante il corso arriveremo a tracciare una mappa delle inclusioni tra molte diverse classi di complessità
- e qualche risultato di separazione stretta tra queste classi
- visto che sono pochi, analizzeremo cosa cambierebbe se alcune di quelle classi coincidessero

Tema della lezione

- Alcune domande da porci per capire meglio questi problemi:
  - hanno tutti la stessa complessità?
  - hanno tutti la stessa struttura?
  - è possibile uno schema di soluzione comune?
- In realtà TSP e soddisfacibilità hanno la stessa complessità e struttura simile
- Mentre è ragionevole congetturare che la fattorizzazione sia leggermente più facile e il problema delle *strategic companies* strettamente più difficile
- Durante il corso arriveremo a tracciare una mappa delle inclusioni tra molte diverse classi di complessità
- e qualche risultato di separazione stretta tra queste classi
- visto che sono pochi, analizzeremo cosa cambierebbe se alcune di quelle classi coincidessero

Tema della lezione

- Tutti i problemi citati hanno una caratteristica in comune
  - devono cercare un elemento in uno spazio (almeno) esponenzialmente grande
    - tour, sequenze di interi, interpretazioni proposizionali, ...
  - controllare se un elemento ha le proprietà desiderate è "facile" (richiede tempo polinomiale)
- Il problema, a livello teorico, è che da quando esiste l'informatica non si riesce a dimostrare
  - nè che bisogna per forza esplorare una porzione "grande" (esponenziale) dello spazio di ricerca
  - nè che c'è un modo furbo per ignorare la maggior parte dello spazio di ricerca e limitarsi a considerare "pochi" candidati (polinomiali)
    - senza perdere soluzioni, naturalmente

Tema della lezione

- Tutti i problemi citati hanno una caratteristica in comune
  - devono cercare un elemento in uno spazio (almeno) esponenzialmente grande
    - tour, sequenze di interi, interpretazioni proposizionali, ...
  - controllare se un elemento ha le proprietà desiderate è "facile" (richiede tempo polinomiale)
- Il problema, a livello teorico, è che da quando esiste l'informatica non si riesce a dimostrare
  - nè che bisogna per forza esplorare una porzione "grande" (esponenziale) dello spazio di ricerca
  - nè che c'è un modo furbo per ignorare la maggior parte dello spazio di ricerca e limitarsi a considerare "pochi" candidati (polinomiali)
    - senza perdere soluzioni, naturalmente

Tema della lezione

- Come facciamo ad analizzare algoritmicamente quei problemi difficili
- senza sapere se e come si può esplorare lo spazio di ricerca "velocemente"?
- Bisognerebbe "scorporare" dall'analisi il problema della ricerca e analizzare il resto
- Trattando la ricerca come una "scatola nera" otteniamo una stima del consumo di risorse necessario *relativa* al costo della ricerca
- Con la stessa idea riusciremo anche a confrontare problemi diversi ed evidenziarne somiglianze e differenze strutturali

Tema della lezione

- Come facciamo ad analizzare algoritmicamente quei problemi difficili
- senza sapere se e come si può esplorare lo spazio di ricerca "velocemente"?
- Bisognerebbe "scorporare" dall'analisi il problema della ricerca e analizzare il resto
- Trattando la ricerca come una "scatola nera" otteniamo una stima del consumo di risorse necessario *relativa* al costo della ricerca
- Con la stessa idea riusciremo anche a confrontare problemi diversi ed evidenziarne somiglianze e differenze strutturali

Tema della lezione

- Come facciamo ad analizzare algoritmicamente quei problemi difficili
- senza sapere se e come si può esplorare lo spazio di ricerca "velocemente"?
- Bisognerebbe "scorporare" dall'analisi il problema della ricerca e analizzare il resto
- Trattando la ricerca come una "scatola nera" otteniamo una stima del consumo di risorse necessario *relativa* al costo della ricerca
- Con la stessa idea riusciremo anche a confrontare problemi diversi ed evidenziarne somiglianze e differenze strutturali

Tema della lezione

- Formalmente, il costo della esplorazione dello spazio di ricerca verrà scorporato nel caso più semplice mediante
  - algoritmi *nondeterministici*
  - formalizzati con *MdT nondeterministiche*
- Questi due argomenti sono il tema centrale di questa lezione

Pseudocodice

- Abbiamo già formulato algoritmi *parzialmente specificati*
- mediante pseudocodice
- alcune operazioni non elementari sono indicate ma non dettagliate
- come nell'algoritmo per REACHABILITY
  - la gestione dell'insieme di nodi da elaborare poteva essere FIFO, LIFO, random...
  - risultato: diverse modalità di visita del grafo

Reachability - Un (?) algoritmo che risolve il problema

Algorithm 1: Search algorithm

Input: $G = (V, E)$ e $x, y \in V$
Output: true o false ("yes" o "no")

```
1  for all v ∈ V do marked[v] = false
2  marked[x] = true
3  S := {x}
4  while S ≠ ∅ do
5      estrai v da S
6      forall (v, w) ∈ E do
7          if not marked[w] do marked[w] = true; inserisci w in S
8      end
9  end
10 return marked[y]
```

Algoritmi nondeterministici

- Negli algoritmi nondeterministici si fa qualcosa di simile
- alcune istruzioni operano delle scelte senza dire come

Algorithm 2: Nondeterministic algorithm for TSP (decision version)

Input: n (num. città), d_{ij} e budget B
Output: *true* sse esiste un tour di costo $\leq B$

```
1 i=1; tour[i++] = 1; cost = 0
2 V = {2, ..., n}    // città da visitare
3 while V ≠ ∅ do
4     choose c ∈ V; V = V \ {c}
5     tour[i++] = c; cost += d_{tour[i-1],c}
6 end
7 cost += d_{tour[n],tour[1]}
8 return cost ≤ B
```

Algoritmi nondeterministici

- Nell'algoritmo precedente **choose** opera scelte *giuste*
  - se esistono tour di costo $\leq B$, **choose** seleziona proprio i membri di uno di quei tour nell'ordine giusto
- L'analisi di complessità considera **choose** come una operazione elementare (singolo passo, tempo=1)
  - scorporando così il costo dell'esplorazione dello spazio di ricerca
- L'algoritmo precedente risulta *polinomiale a meno del costo della ricerca*
  - il tour "candidato" può essere generato in tempo polinomiale
    - il costo della ricerca è stato scorporato
  - verificare se il candidato ha la proprietà desiderata ($costo \leq B$) ha costo polinomiale

MdT nondeterministiche

Definizione

- Formalizzano gli algoritmi nondeterministici
- Sono 4-uple $M = (K, \Sigma, \Delta, s)$ dove Δ non è più una funzione

$$K \times \Sigma \to (K \cup \{h, "yes", "no"\}) \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow, -\}$$

bensì una *relazione*

$$\Delta \subset K \times \Sigma \times (K \cup \{h, "yes", "no"\}) \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow, -\}$$

- Quindi per ogni coppia (q, σ) può esistere *più di una transizione*
  - è l'analogo di **choose**
- Versione a k nastri definita nel modo ovvio

MdT nondeterministiche

Definizione

- Formalizzano gli algoritmi nondeterministici
- Sono 4-uple $M = (K, \Sigma, \Delta, s)$ dove Δ non è più una funzione

$$K \times \Sigma \to (K \cup \{h, "yes", "no"\}) \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow, -\}$$

bensì una *relazione*

$$\Delta \subset K \times \Sigma \times (K \cup \{h, "yes", "no"\}) \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow, -\}$$

- Quindi per ogni coppia (q, σ) può esistere *più di una transizione*
  - è l'analogo di **choose**
- Versione a k nastri definita nel modo ovvio

MdT nondeterministiche

Configurazioni e transizioni

- Le configurazioni sono come quelle delle MdT: (q, w, u)
- Le transizioni singole sono definite analogamente:

- Siano $w = w_1 \cdots w_m$ e $u = u_1 \cdots u_n$ stringhe in Σ^*
- Scriviamo $(q, w, u) \xrightarrow{M} (q', w', u')$ sse
  - $(q, w_m, r, \sigma, -) \in \Delta$ e $(q', w', u') = (r, w_1 \cdots w_{m-1}\sigma, u)$
  - $(q, w_m, r, \sigma, \leftarrow) \in \Delta$ e $(q', w', u') = (r, w_1 \cdots w_{m-1}, \sigma u)$
  - $(q, w_m, r, \sigma, \rightarrow) \in \Delta$ e $(q', w', u') = (r, w_1 \cdots w_{m-1}\sigma u_1, u_2 \cdots u_n)$
    - se $u \neq \epsilon$, altrimenti
  - $(q, w_m, r, \sigma, \rightarrow) \in \Delta$ e $(q', w', u') = (r, w_1 \cdots w_{m-1}\sigma \sqcup, \epsilon)$

MdT nondeterministiche

Transizioni in più passi

- Ovviamente, adesso che la MdT può scegliere tra diverse mosse in una data configurazione, $\xrightarrow{M}$ *non è più una funzione*
  - possiamo avere $(q, w, u) \xrightarrow{M} (q_i, w_i, u_i)$ per $i = 1, \ldots, c$ $(c \leq |\Delta|)$
- Le transizioni $\xrightarrow{M^k}$ e $\xrightarrow{M^*}$ si definiscono come prima a partire da $\xrightarrow{M}$
- Neanche esse sono funzioni: ogni input x può corrispondere a diverse computazioni $(s, \triangleright, x) \xrightarrow{M^*} (H_i, w_i, u_i)$
  - che possono terminare in modo diverso (alcune con "yes", altre con "no", altre con h)
  - alcune potrebbero addirittura non terminare
  - corrispondono a tutti i modi di eseguire i **choose**

Esempio

- Una MdT che formalizzasse l'algoritmo nondeterministico per il TSP...
- ...avrebbe una computazione (o *run*) per ogni tour che parte da 1
- in generale, alcuni avranno costo $\leq B$, altri no.

- Se almeno un run trova un tour di costo $\leq B$ dobbiamo rispondere "yes"
  - qualunque ricerca "corretta", che non perde soluzioni, dovrebbe trovare uno di quei tour
- Solo se tutti i run costruiscono tour di costo $> B$ dobbiamo rispondere "no"

MdT nondeterministiche

Decisione di linguaggi

Definizione (decisione)

Una MdT nondeterministica N *decide* un linguaggio L sse, per ogni input x:

$$x \in L \Leftrightarrow (s, \triangleright, x) \xrightarrow{M^*} (\text{"}yes\text{"}, w, u)$$

(per qualche stringa wu)

In altre parole, $x \in L$ sse almeno un run di N accetta x

MdT nondeterministiche

Tempo impiegato

Definizione

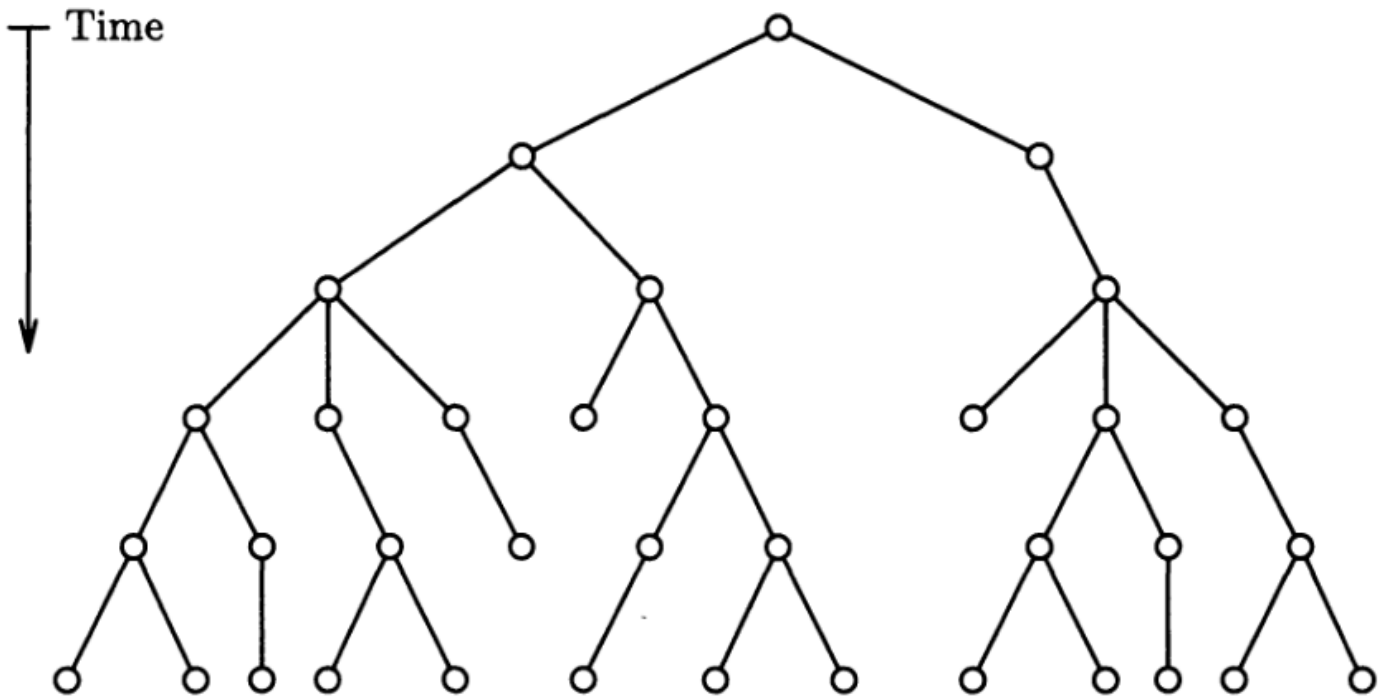
Una MdT nondeterministica N decide L *in tempo* $f(n)$ sse

- N decide L, e
- per ogni input x, se $(s, \triangleright, x) \xrightarrow{M^k} (q, w, u)$, allora $k \leq f(|x|)$

Ovvero, nessun run è più lungo di $f(|x|)$

MdT nondeterministiche

Rappresentazione ad albero delle computazioni



Esercitazione

Scrivere una MdT nondeterministica a 2 nastri che riconosce le stringhe non palindrome

Suggerimento:

- scrivere sul secondo nastro un numero $c \leq |x|$ scelto nondeterministicamente (in unario, per fare le cose più semplici)
  - il modo più semplice è scandire l'input e ad ogni passo scegliere nondeterministicamente se aggiungere un '1' al secondo nastro oppure no
- spostare la testina sul carattere dell'input in posizione $|x| - c$ e memorizzare il carattere nello stato corrente
  - per spostarsi di c caratteri, far scorrere la testina indietro sul secondo nastro fino all'inizio
- spostare la testina sul carattere dell'input in posizione c e confrontare il carattere in quella posizione con quello memorizzato nello stato

Nondeterminismo $\neq$ parallelismo

- Il modello nondeterministico non è adatto al parallelismo
  - Il numero di processori necessario sarebbe illimitato
  - La misura del tempo dovrebbe essere la lunghezza della computazione *più breve* che accetta l'input
    - mentre abbiamo adottato essenzialmente la lunghezza *massima*
  - Manca la sincronizzazione tra processi

Le classi di complessità **NTIME, P** ed **NP**

(Sono insiemi di linguaggi $L \subseteq (\Sigma \setminus \{\sqcup\})^*$)

Definizione (nondeterministic time)

$L \in \mathbf{NTIME}(f(n))$ sse L è deciso da una MdT nondeterministica in tempo $f(n)$

- Le classi dei problemi risolubili in tempo polinomiale deterministico e nondeterministico
  - $\mathbf{P} = \bigcup_{k>0} \mathbf{TIME}(n^k)$
  - $\mathbf{NP} = \bigcup_{k>0} \mathbf{NTIME}(n^k)$

Prime relazioni tra **P** ed **NP**

Proposizione

P $\subseteq$ **NP**

- Prova: È sufficiente notare che le MdT deterministiche sono casi particolari di MdT nondeterministiche in cui Δ è una funzione (associa ogni coppia in $K \times \Sigma$ ad una unica tripla).

QED

Viceversa, nessuno è mai riuscito a dimostrare nè **NP** $\subseteq$ **P**, (che implicherebbe **P** $=$ **NP**) nè **NP** $\neq$ **P**.

TSP è in **NP**

- Descriviamo (cenni) una MdT nondeterministica N a 2 nastri che approssimativamente corrisponde all'algoritmo nondeterministico per TSP visto prima
- Scrive sul 2^o nastro una arbitraria stringa di simboli lunga al massimo quanto l'input
  - usando scelte nondeterministiche (analoghe a **choose**)
- Poi torna indietro e controlla se la stringa codifica un tour (potrebbe non avere senso)
  - in caso di errore si ferma con "no"
- Infine calcola il costo del tour. Se è $\leq B$ termina in "yes", altrimenti in "no"
- Poichè i nastri sono ad accesso sequenziale, le fasi qui sopra richiedono $O(n^2)$ passi

TSP è in **NP** (II)

Correttezza

- Sia x l'input di N
- Se N ha un run che termina con "yes", allora ha trovato un tour di costo $\leq B$, quindi $x \in$ TSP
- Viceversa, se $x \in$ TSP, allora esiste un tour di costo $\leq B$, ed esiste una sequenza di scelte che scrive proprio quel tour sul secondo nastro.
  - è importante che N sia programmata in modo da poter scrivere almeno *tutte* le stringhe che rappresentano un tour

  Siccome la lunghezza del tour è $\leq B$, N termina con "yes" e accetta x
- Siccome N accetta x sse $x \in$ TSP, N decide TSP

TSP è in **NP** (III)

- Il teorema di speedup quadratico vale anche per le MdT nondeterministiche:
  - quindi esiste una MdT nondeterministica a 1 nastro che simula N con una perdita di effcienza quadratica
- Si conclude che TSP è deciso da una MdT nondeterministica in tempo $O(n^4)$, quindi TSP $\in$ **NP**

QED

Da pseudocodice nondeterministico ad algoritmi deterministici

- Se lavorassimo con automi a stati finiti, potremmo trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema nello stesso tempo
  - il costo è una crescita esponenziale dell'automa, ricordate?
- Invece con le MdT non sappiamo come fare (altrimenti avremmo risolto la questione $\mathbf{P} \stackrel{?}{=} \mathbf{NP}$)
  - il "trucco" usato per gli automi a stati finiti qui non funziona perchè l'insieme delle possibili configurazioni è infinito
  - l'ampiezza dell'albero delle computazioni può crescere senza limiti al crescere di $|x|$
- Sicuramente c'è un modo per trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema *con un aumento esponenziale del tempo*

Da pseudocodice nondeterministico ad algoritmi deterministici

- Se lavorassimo con automi a stati finiti, potremmo trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema nello stesso tempo
  - il costo è una crescita esponenziale dell'automa, ricordate?
- Invece con le MdT non sappiamo come fare (altrimenti avremmo risolto la questione $\mathbf{P} \stackrel{?}{=} \mathbf{NP}$)
  - il "trucco" usato per gli automi a stati finiti qui non funziona perchè l'insieme delle possibili configurazioni è infinito
  - l'ampiezza dell'albero delle computazioni può crescere senza limiti al crescere di $|x|$
- Sicuramente c'è un modo per trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema *con un aumento esponenziale del tempo*

Da pseudocodice nondeterministico ad algoritmi deterministici

- Se lavorassimo con automi a stati finiti, potremmo trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema nello stesso tempo
  - il costo è una crescita esponenziale dell'automa, ricordate?
- Invece con le MdT non sappiamo come fare (altrimenti avremmo risolto la questione $\mathbf{P} \stackrel{?}{=} \mathbf{NP}$)
  - il "trucco" usato per gli automi a stati finiti qui non funziona perchè l'insieme delle possibili configurazioni è infinito
  - l'ampiezza dell'albero delle computazioni può crescere senza limiti al crescere di $|x|$
- Sicuramente c'è un modo per trasformare ogni algoritmo nondeterministico in uno deterministico che risolve lo stesso problema *con un aumento esponenziale del tempo*

Da nondeterministico a deterministico

Teorema

- Se L è deciso da una MdT nondeterministica N in tempo $f(n)$
- Allora è deciso da una MdT deterministica M a 3 nastri
- in tempo $O(c^{f(n)})$, dove la costante $c > 1$ dipende da N

Equivalentemente:

$$\mathbf{NTIME}(f(n)) \subseteq \bigcup_{c>1} \mathbf{TIME}(c^{f(n)})$$

Da nondeterministico a deterministico

Prova

- Sia $N = (K, \Sigma, \Delta, s)$ la MdT nondeterministica data
- per ogni $(q, \sigma) \in K \times \Sigma$, sia

$$C_{q,\sigma} = \{(q', \sigma', D) \mid (q, \sigma, q', \sigma', D) \in \Delta\}$$

l'insieme delle *scelte* (choices) di N nel contesto (q, σ)

  - Nota: ogni $C_{q,\sigma}$ è finito (perchè?)

- Quindi definiamo il *grado (degree) di nondeterminismo di N*

$$d = \max_{q,\sigma} |C_{q,\sigma}|$$

Da nondeterministico a deterministico

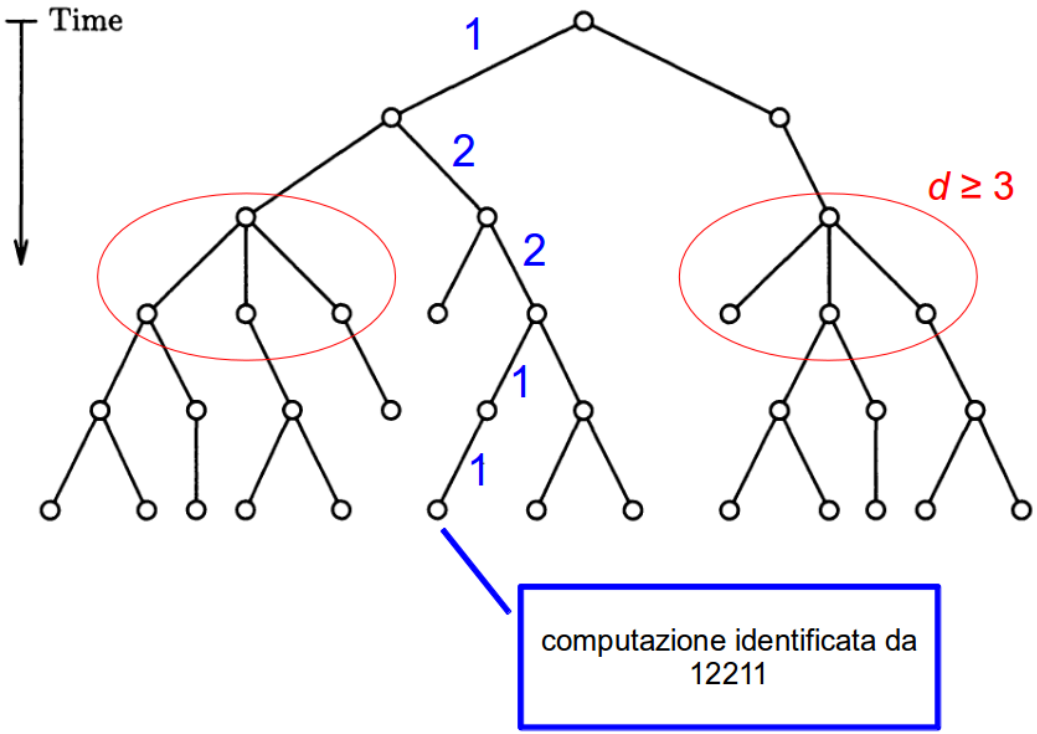
Prova (II)

- Idea di base per la simulazione:
  - Ogni computazione di N è determinata da una sequenza di scelte nondeterministiche
  - che ad ogni passo possiamo numerare da 1 a d
  - quindi ogni sequenza di t passi corrisponde a una sequenza di t interi compresi tra 1 e d

Da nondeterministico a deterministico

Prova (IIb)

- Ogni sequenza di t passi corrisponde a una sequenza di t interi compresi tra 1 e d



Da nondeterministico a deterministico

Prova (III)

- M considera progressivamente tutte le sequenze di scelte in ordine *lessicografico* finchè scopre di poter terminare

$$1,2,\ldots,d,11,12,\ldots,1d,21,22,\ldots$$

- le sequenze di scelte (*choices*) $c_1,\ldots,c_t$ sono memorizzate sul secondo nastro
- per ciascuna sequenza $c_1,\ldots,c_t$, M simula le transizioni che N avrebbe fatto con quelle scelte (solo t passi)
  - usa il 3^o nastro per la simulazione; il 1^o è di input
- se la simulazione termina con "yes", anche M accetta
- altrimenti si passa alla sequenza di scelte successiva
  - è come incrementare un intero espresso in base d
  - analogo all'incremento di una cifra binaria (già visto)

Da nondeterministico a deterministico

Prova (IV)

- Condizione di terminazione con rigetto:
- Quando tutte le simulazioni di lunghezza t terminano in uno stato finale $\neq$ "*yes*"
  - finchè esistono simulazioni che possono continuare oltre t passi dobbiamo andare avanti

- Analisi di complessità:
  - numero di simulazioni: $\sum_{t=1}^{f(n)} d^t = O(d^{f(n)})$
  - costo di ogni simulazione: risulta $O(2^{f(n)})$
  - il costo complessivo è il prodotto: $O((2d)^{f(n)})$

QED

Il consumo di memoria delle MdT nondeterministiche

- Le MdT nondeterministiche *con input e output* si definiscono in modo analogo a quelle deterministiche
  - primo nastro: read only; ultimo: write only

Definizione (spazio utilizzato da MdT nondeterministiche con i/o)

Una MdT nondeterministica con input e output N decide L in spazio $f(n)$ sse

- N decide L
- per ogni input $x \in (\Sigma \setminus \{\sqcup\})^*$, se

$$(s, \triangleright, x, \triangleright, \epsilon, \ldots, \triangleright, \epsilon) \xrightarrow{N^*} (q, w_1, u_1, \ldots, w_k, u_k)$$

allora $\sum_{i=2}^{k-1} |w_i u_i| \leq f(|x|)$

Impatto del nondeterminismo sullo spazio

- Riprendiamo REACHABILITY
- L'algoritmo nondeterministico usava spazio lineare
  - le marcature booleane dei nodi

  e si può scendere fino a $O(\log^2 n)$ (vedere Cap. 7)
- Con un algoritmo nondeterministico si può arrivare a $O(\log n)$

Reachability in spazio logaritmico

L'algoritmo

- Usa 3 nastri
- il secondo contiene il nodo corrente i (inizialmente 1)
- il terzo il nodo successivo j del cammino, scelto nondeterministicamente in $\{1, \ldots, n\}$
- se il bit (i, j) nella matrice di adiacenza (1^o nastro) è 0, rigetta con "no"
- se è 1 e $j = n$, accetta ("yes")
- altrimenti copia j nel secondo nastro e ripeti

Reachability in spazio logaritmico

Commenti

- Chiaramente, se 1 è connesso a n, c'è una sequenza di scelte che genera proprio un cammino tra i due nodi
- Alcune delle computazioni potrebbero non terminare
  - non si controlla se si sta percorrendo un ciclo
  - volendo si potrebbe evitare decrementando un contatore inizializzato a n
- Ma la definizione di accettazione permette casi come questo
  - Nel Cap. 7 si dimostra che si possono normalizzare le MdT con spazio limitato per farle terminare sempre
- La cosa importante qui è che le variabili ausiliarie (i nastri 2 e 3) contengono sempre due numeri tra 1 e n quindi occupano spazio $\log n$

Nondeterminismo e spazio

Altri commenti

- Il guadagno in spazio permesso dal nondeterminismo è inferiore a quello in tempo
- Vedremo che non è un caso
- e che il guadagno che vale per REACHABILITY è anche il massimo possibile

Nondeterminismo e problemi reali I

Commenti

- Le MdT nondeterministiche non sono un modello di calcolo "realistico"
- Tuttavia permettono di esprimere in modo elegante e conciso (anche se parziale) la soluzione di problemi importanti in AI e ottimizzazione combinatoria
  - Trovare una dimostrazione di una formula logica
  - Trovare una soluzione a un problema di ottimizzazione

  Perchè permettono di tralasciare la modalità di ricerca della prova/soluzione

Nondeterminismo e problemi reali II

Commenti

- Gli inference engines per il semantic web sono stati progettati essenzialmente iniziando con un algoritmo nondeterministico (*tableaux*)
  - sufficiente a valutare se tempo e spazio usati sono ottimali rispetto alla complessità intrinseca del problema
  - sufficiente a valutare la correttezza dell'algoritmo
- la concreta strategia di ricerca e le relative euristiche possono essere progettate indipendentemente
  - si possono anche realizzare diverse strategie ed euristiche per lo stesso algoritmo
  - confrontarle
  - eventualmente selezionare quella più appropriata in ogni contesto applicativo
  - mantenendo immutato il cuore dell'algoritmo

Capitolo di riferimento

Papadimitriou

- Parte I, Capitolo 2, paragrafo 2.7