Complessità computazionale

— ○ —

Intermezzo tecnico

Piero A. Bonatti

Università di Napoli Federico II

Laurea Magistrale in Informatica

Tema della lezione

- Normalizzazioni varie, tecnicamente utili
  - funzioni di complessità standard

  permettono di assumere senza perdita di generalità:
  - consumi *esatti* di spazio e tempo
  - terminazione delle macchine a spazio limitato
- Classi basate su *famiglie* di funzioni, e
- Complementi di classi nondeterministiche
  - (solo definizioni per il momento)

Funzioni di complessità *proprie*

Motivazioni

- Come devono essere le funzioni $f(|x|)$ che misurano le risorse consumate?
- Senza restrizioni potrebbero essere cose strane
  - tipo "*se n è primo allora $f(n)$ è 2^n, altrimenti è il più piccolo numero tale che...*"
- E potrebbero *succedere* cose strane

Gap Theorem (7.3)

C'è una funzione ricorsiva $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tale che
$\mathbf{TIME}(f(n)) = \mathbf{TIME}(2^{f(n)})$

Allora è opportuno restringere le f di nostro interesse

Funzioni di complessità *proprie*

Definizione

Una funzione f sugli interi non negativi è una funzione di complessità propria se

- f è non decrescente ($f(n+1) \geq f(n)$ per ogni n)
- esiste una MdT a k nastri con input e output M_f tale che per ogni n e ogni input x lungo n

$$(s, \triangleright, x, \triangleright, \epsilon, \ldots, \triangleright, \epsilon) \xrightarrow{M_f^t} (h, \triangleright, x, \triangleright, \sqcup^{j_2}, \ldots, \triangleright, \sqcup^{j_{k-1}}, \triangleright, \sqcap^{f(n)})$$

- $t = O(n + f(n))$ e $j_i = O(f(n))$ $(i = 2, \ldots, k-1)$

Nota: chiamiamo $\sqcap$ *quasi-blank*

Funzioni di complessità *proprie*

Esempi

- le funzioni costanti $f(n) = c$
- la funzione identica $f(n) = n$
  - definite voi le M_f per esercizio
- $f(n) = \lceil \log n \rceil$
  - M_f ha 3 nastri
  - scandisce il 1^o nastro
  - ad ogni spostamento incrementa un contatore binario sul secondo nastro
  - quando finisce l'input, scandisce il 2^o nastro
  - riscrive ogni simbolo con $\sqcup$ e scrive un $\sqcap$ sul terzo nastro
- inoltre polinomi, combinazioni di polinomi e logaritmi, esponenziali, radici e fattoriali...
  - praticamente tutto quello che ci serve

MdT *precise*

- Restringendoci alle funzioni di complessità proprie riusciamo a standardizzare il comportamento delle MdT

Definizione

Un MdT (di qualunque tipo) è precisa sse esistono due funzioni f e g tali che, per ogni input x

- ogni computazione di M termina dopo esattamente $f(|x|)$ passi
- al termine tutti i suoi nastri sono lunghi esattamente $g(|x|)$ (a parte 1^o e ultimo, se M ha input e output)

MdT *precise*

- Lavorando con funzioni proprie, possiamo sempre assumere che le MdT siano precise

Teorema (soluzioni *precise*)

Se una MdT (qualsiasi) M decide L in tempo (o spazio) $f(n)$ e f è *propria*, allora

- esiste una MdT *precisa* M'
- che decide L
- in tempo (o spazio, rispettivamente) $O(f(n))$

MdT *precise*

Prova del Teorema delle soluzioni precise

- M' concatena M_f e una macchina che simula M. Consideriamo prima il *tempo*
- M' simula M su un insieme di nastri separato
- ad ogni passo sposta anche a destra il cursore sull'ultimo nastro di M_f
- se M termina prima di aver raggiunto la fine del nastro di M_f, M' procede a scandirlo fino alla fine in modo da impiegare esattamente $f(|x|)$ passi
- la somma dei passi di M_f e della simulazione di M
  - dipende solo dalla lunghezza di $x \Rightarrow M'$ è precisa
  - impiega $O(n + 2f(n)) = O(f(n))$ passi

MdT *precise*

Prova del Teorema delle soluzioni precise (II)

- Consideriamo ora lo *spazio*. M' concatena M_f e una macchina che simula M sui quasi-blank lasciati da M_f
  - se M ha più nastri, bisogna fare più copie dell'ultimo di M_f
- La simulazione tratta i quasi-blank come dei $\sqcup$
- Al termine, anche se M ha usato meno di $f(|x|)$ celle su qualche nastro, i quasi-blank rimasti portano l'occupazione esattamente a $f(|x|) \Rightarrow M'$ è *precisa*
- La quantità di spazio consumata da M' è $O(f(n))$
  - quella di M_f è $O(f(n))$ per definizione
  - quella successiva è un multiplo che dipende dal numero di nastri di M

MdT *precise*

Prova del Teorema delle soluzioni precise (III)

- Se M è nondeterministica, anche la sua simulazione in M' sarà nondeterministica
- Le considerazioni già fatte valgono per tutte le computazioni

QED

Terminazione delle MdT *space bounded*

Altra standardizzazione permessa dalle funzioni precise

- Se M lavora in spazio $f(n)$ allora l'insieme delle configurazioni diverse attraverso cui può passare è *finito*

$$c = |\Sigma|^{f(n)} \cdot |K|$$

- Se M compie più di c passi, deve per forza entrare in una configurazione già visitata
  - M è in ciclo
- Quindi se M non termina entro c passi possiamo forzarne la terminazione con un "no"

Terminazione delle MdT *space bounded*

Altra standardizzazione permessa dalle funzioni precise

Teorema (terminazione space-bounded)

Se M decide L in spazio $f(n)$ allora esiste M' che decide L in spazio $O(f(n))$ e tale che tutte le sue computazioni terminano

- Prova per 1 nastro: concatenare M_f e una simulazione di M
- l'ultimo nastro di M_f viene usato come un contatore
  - le celle conterranno i simboli di Σ
  - rappresenta un intero in base $|\Sigma|$ (stabilito un ordine su Σ)
- il contatore viene esteso con una cella che conterrà $|K|$ simboli diversi (per arrivare fino a c)
- ad ogni transizione di M si incrementa il contatore
- se entro c passi non termina, transizione in "no" QED

Nuove notazioni per le classi di complessità

Classi basate su *famiglie* di funzioni proprie

- Le funzioni possono essere parametrizzate con un intero k, ad esempio

$$
\begin{array}{rcccl}
\mathbf{TIME}(n^k) & = & \bigcup_{j>0} \mathbf{TIME}(n^j) & = & \mathbf{P} \\
\mathbf{NTIME}(n^k) & = & \bigcup_{j>0} \mathbf{NTIME}(n^j) & = & \mathbf{NP} \\
\mathbf{TIME}(2^{n^k}) & = & \bigcup_{j>0} \mathbf{TIME}(2^{n^j}) & = & \mathbf{EXP} \\
\mathbf{SPACE}(n^k) & = & \bigcup_{j>0} \mathbf{SPACE}(n^j) & = & \mathbf{PSPACE} \\
\mathbf{NSPACE}(n^k) & = & \bigcup_{j>0} \mathbf{NSPACE}(n^j) & = & \mathbf{NPSPACE} \\
 & & & & \\
 & & \mathbf{SPACE}(\log n) & = & \mathbf{L} \\
 & & \mathbf{NSPACE}(\log n) & = & \mathbf{NL}
\end{array}
$$

Classi di complessità complementari

Definizione (complementi di problemi/linguaggi)

Sia $L \subseteq \Sigma^*$. Il complemento di L è $\overline{L} = \Sigma^* \setminus L$.

- Esempi:
  - $\overline{\text{PALINDROME}}$ = l'insieme delle stringhe non palindrome
  - $\overline{\text{REACHABILITY}} = (G, x, y)$ t.c. y irraggiungibile da x in G
  - $\overline{\text{TSP}_{dec}} = (N, B)$ tali che N non ha tour di costo $\leq B$
  - $\overline{\text{SAT}}$ = formule proposizionali insoddisfacibili

Classi di complessità complementari

Notazione (co)

Per ogni classe di complessità $\mathcal{C}$, **co**$\mathcal{C}$ denota la classe di problemi $\overline{L}$ tali che $L \in \mathcal{C}$

- Esempi
  - **coP, coNP, coNPSPACE** ...
- In realtà **coP, coSPACE, coEXP** ... non sono interessanti perchè...

Classi di complessità complementari

Proposizione (chiusura classi deterministiche risp. a complemento)

Se $\mathcal{C}$ è una classe di complessità *deterministica* $\mathbf{TIME}(f(n))$ o $\mathbf{SPACE}(f(n))$, allora $\mathcal{C} = \mathbf{co}\mathcal{C}$

- **Prova**: sia M una MdT deterministica che decide L in tempo/spazio $f(n)$
- La MdT M' ottenuta scambiando "yes" con "no" in δ riconosce $\overline{L}$ in tempo/spazio $f(n)$ QED

Classi di complessità complementari

Perchè con le classi nondeterministiche non funziona

- Se tentassimo la stessa trasformazione con una MdT deterministica otterremmo una MdT che
  - se $x \in L$ allora ha almeno un run che rigetta
  - se $x \in \overline{L}$ allora <u>tutti</u> i run accettano
- per decidere $\overline{L}$ dovremmo anche cambiare la modalità di accettazione
  - da $\exists$ *run che accetta* a $\forall$ *run accetta*
- Per lo spazio nondeterministico, si può dimostrare la chiusura (vedremo + avanti)
- Per il tempo nondeterministico la chiusura è una questione aperta
  - se valesse avrebbe conseguenze macroscopiche

Capitolo di riferimento

Papadimitriou

- Parte 3, Capitolo 7, paragrafo 1

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?

- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\textbf{TIME}(n^3) \subseteq \textbf{EXP}$?
- $\textbf{TIME}(n^3) \subseteq \textbf{P}$?
- $\textbf{EXP} \subseteq \textbf{P}$?
- $\textbf{P} \subseteq \textbf{NTIME}(n^k)$?
- $\textbf{NTIME}(n^k) \subseteq \textbf{P}$?
- $\textbf{NTIME}(n^k) \subseteq \textbf{NP}$?
- $\textbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \textbf{EXP}$?
- $\textbf{NTIME}(n^2) \subseteq \textbf{EXP}$?
- $\textbf{PSPACE} \subseteq \textbf{SPACE}(n^k)$?
- $\textbf{PSPACE} \subseteq \textbf{NPSPACE}$?
- $\textbf{SPACE}(2^n) \subseteq \textbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\textbf{SPACE}(n) \subseteq \textbf{NSPACE}(n)$?
- $\textbf{NPSPACE} \subseteq \textbf{PSPACE}$?
- $\textbf{TIME}(n^k) \subseteq \textbf{PSPACE}$?
- $\textbf{PSPACE} \subseteq \textbf{EXP}$?
- $\textbf{NP} \subseteq \textbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- **TIME**$(n^3) \subseteq$ **EXP** ?
- **TIME**$(n^3) \subseteq$ **P** ?
- **EXP** $\subseteq$ **P** ?
- **P** $\subseteq$ **NTIME**(n^k) ?
- **NTIME**$(n^k) \subseteq$ **P** ?
- **NTIME**$(n^k) \subseteq$ **NP** ?
- **TIME**$(2^{n^2}) \subseteq$ **EXP** ?
- **NTIME**$(n^2) \subseteq$ **EXP** ?

- **PSPACE** $\subseteq$ **SPACE**(n^k) ?
- **PSPACE** $\subseteq$ **NPSPACE** ?
- **SPACE**$(2^n) \subseteq$ **SPACE**(2^{n^2})?
- **SPACE**$(n) \subseteq$ **NSPACE**(n) ?
- **NPSPACE** $\subseteq$ **PSPACE** ?
- **TIME**$(n^k) \subseteq$ **PSPACE** ?
- **PSPACE** $\subseteq$ **EXP** ?
- **NP** $\subseteq$ **PSPACE** ?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?

- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?

- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni

Esercitazione

- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{TIME}(n^3) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{EXP} \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NTIME}(n^k)$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{P}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^k) \subseteq \mathbf{NP}$?
- $\mathbf{TIME}(2^{n^2}) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NTIME}(n^2) \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{SPACE}(n^k)$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{NPSPACE}$?
- $\mathbf{SPACE}(2^n) \subseteq \mathbf{SPACE}(2^{n^2})$?
- $\mathbf{SPACE}(n) \subseteq \mathbf{NSPACE}(n)$?
- $\mathbf{NPSPACE} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{TIME}(n^k) \subseteq \mathbf{PSPACE}$?
- $\mathbf{PSPACE} \subseteq \mathbf{EXP}$?
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{PSPACE}$?

definizioni