

ACCADEMIA NAVALE
1° ANNO CORSO APPLICATIVO GENIO NAVALE

CORSO DI
IMPIANTI DI PROPULSIONE NAVALE

Lezione 11
La linea d'asse

A.A. 2011 /2012

Prof. Flavio Balsamo

La linea d'asse

La linea d'asse è il dispositivo che permette di trasmettere l'energia meccanica prodotta dal motore all'elica, che provvede alla realizzazione della spinta necessaria per far avanzare la nave.

Durante la trasmissione una parte di questa energia viene inevitabilmente dissipata per la presenza di attriti, di cui si tiene conto introducendo un coefficiente adimensionale che esprime il rendimento della linea d'asse.

$$P_D = \eta_{asse} P_B$$

Il termine P_D è la potenza disponibile all'elica, mentre P_B è la potenza al freno, ovvero a valle del volano del motore.

Tali potenze sono fornite dal prodotto della coppia per il numero di giri

$$2\pi n M_D = \eta_{asse} 2\pi n M_B$$

ove M_D e M_B sono rispettivamente il momento torcente in corrispondenza dell'elica e del volano del motore. Il numero di giri è in rivoluzioni al secondo.

La linea d'asse è quindi soggetta ad uno sforzo di torsione.

La linea d'asse

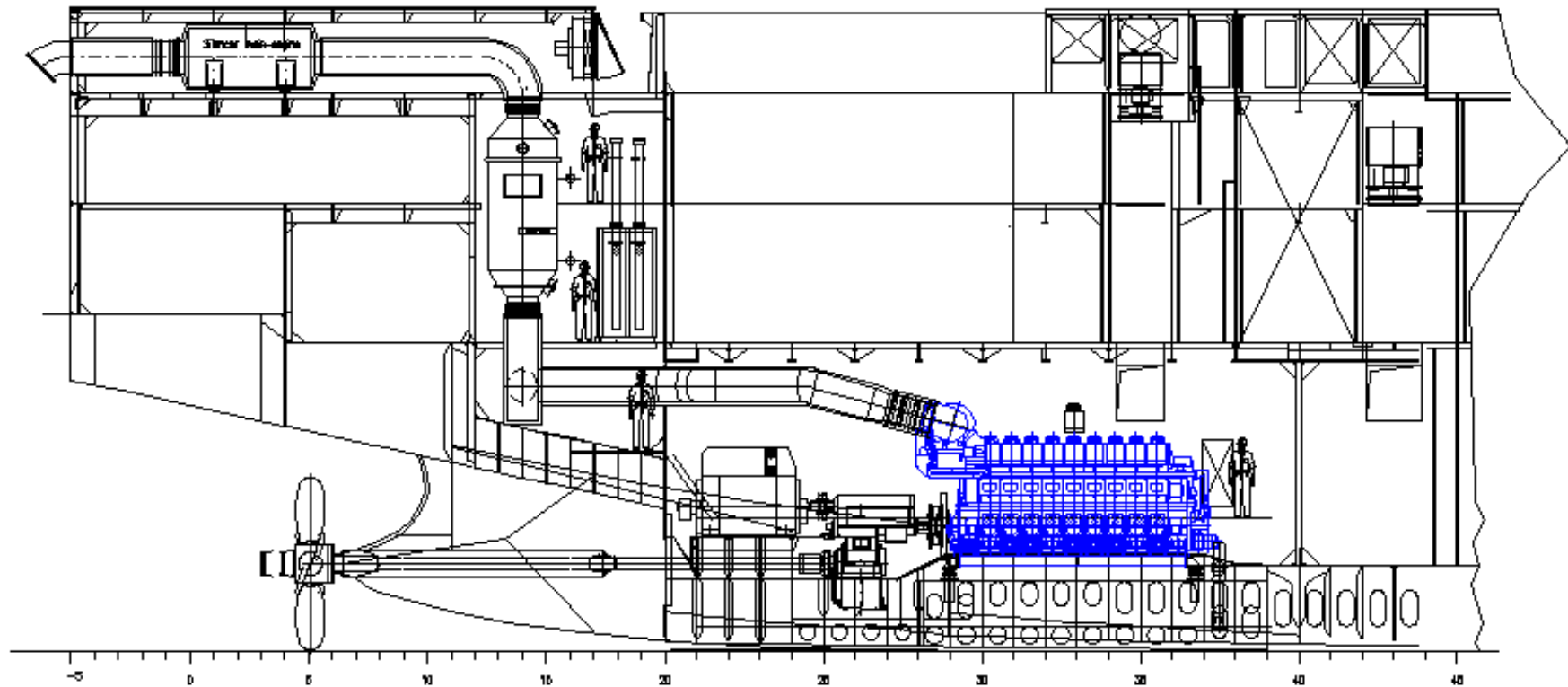
La linea d'asse ha anche il compito di trasmettere alla struttura dello scafo la spinta realizzata dall'elica, quindi oltre allo sforzo di torsione è presente anche una sollecitazione assiale, di compressione nella marcia avanti o di trazione nella marcia indietro.

Inoltre poiché l'asse è composto da elementi dotati di peso proprio sarà presente anche una sollecitazione di flessione. Dovranno quindi essere previsti elementi in grado di sorreggere ed assorbire sia i carichi verticali che i carichi assiali.

La linea d'asse sarà anche soggetta a carichi variabili nel tempo in dipendenza della tipologia di forze e momenti applicati.

Nelle immagini che seguono sono mostrate alcune configurazioni di linee d'assi per diverse tipologie di navi, ad una o più eliche .

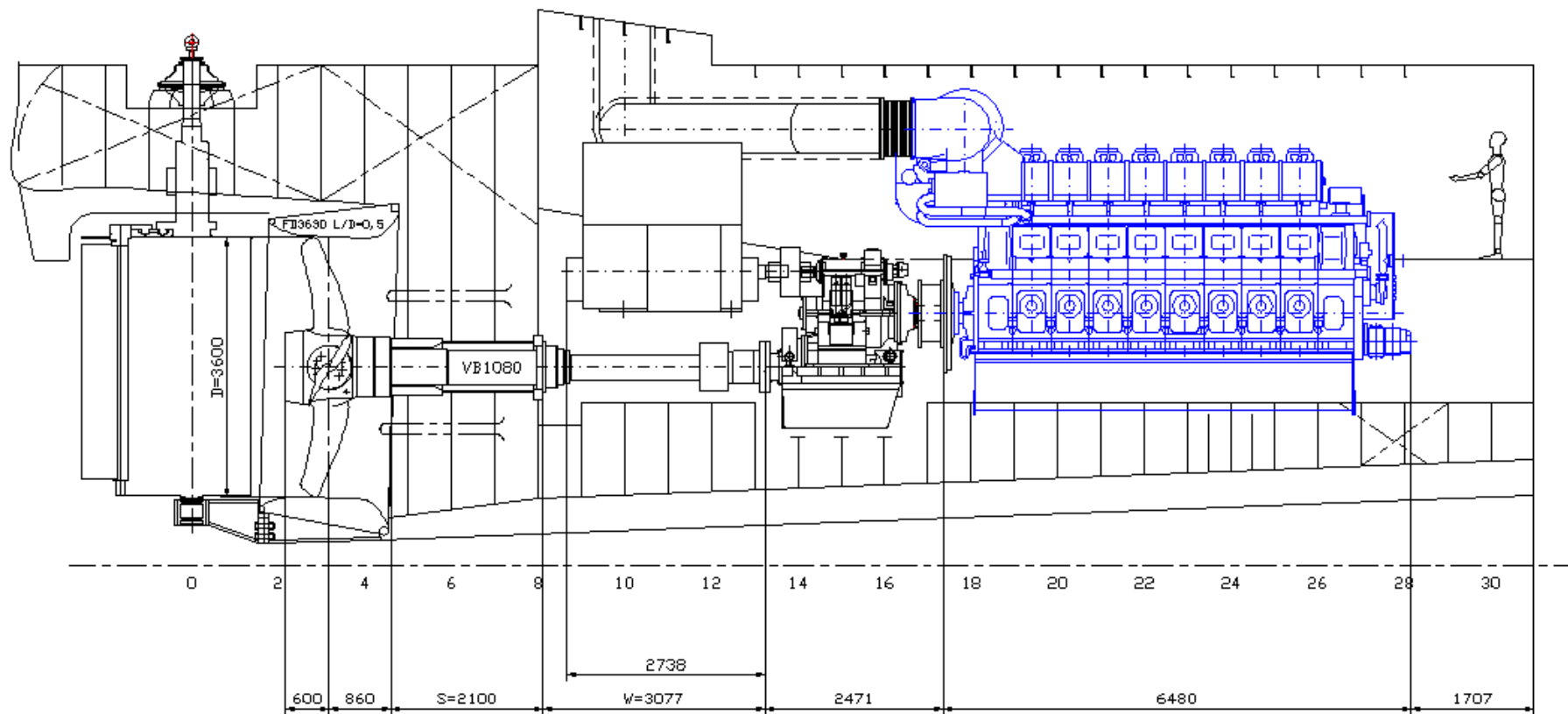
Ferry



Linea d'asse costituita dal solo tronco portaelica, con riduttore e PTO (Power Take Off, dispositivo trascinato dal motore).

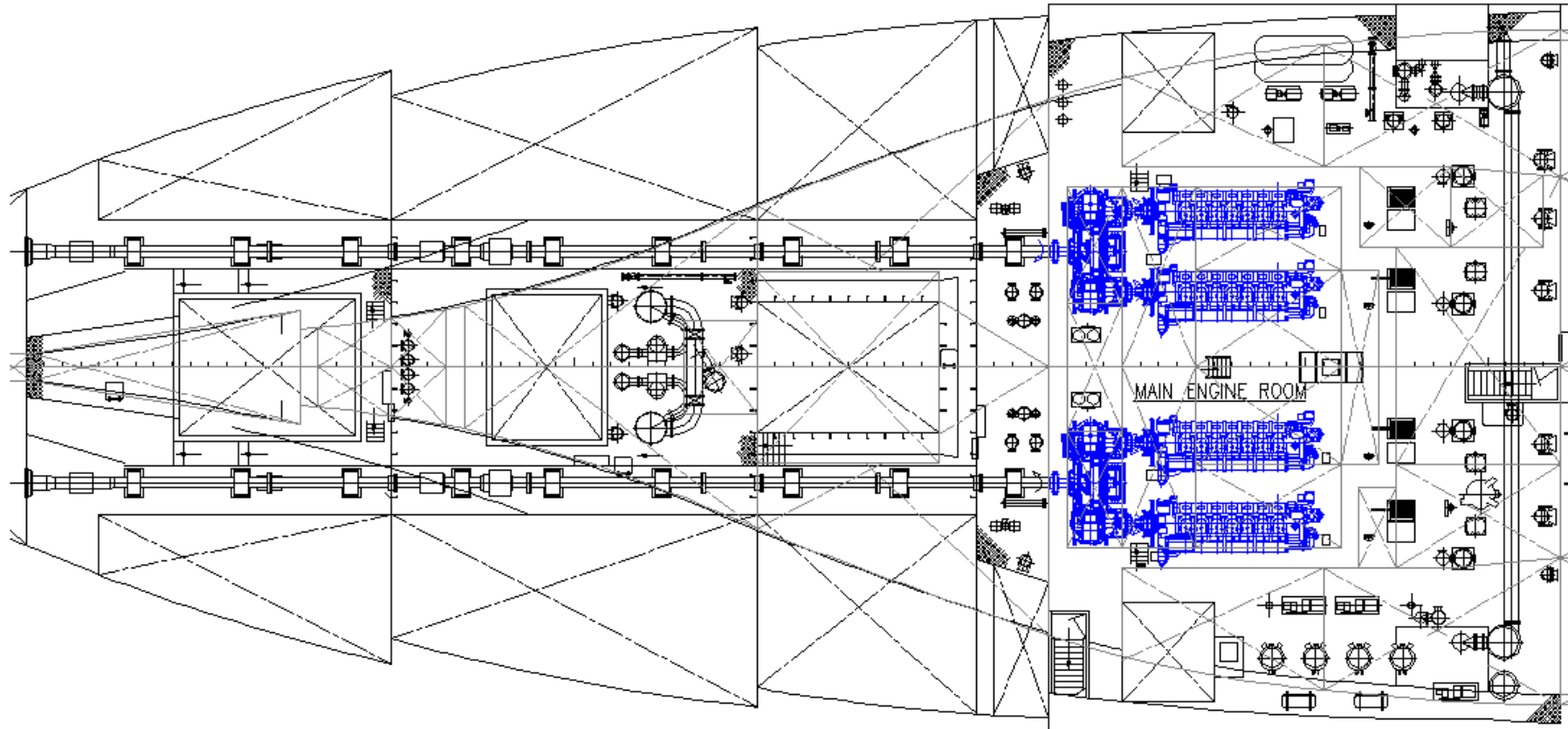
Il motore è a quattro tempi

Nave da carico pesante



Linea d'asse è ancora costituita dal solo tronco portaelica, con riduttore e PTO ma l'elica è in mantello

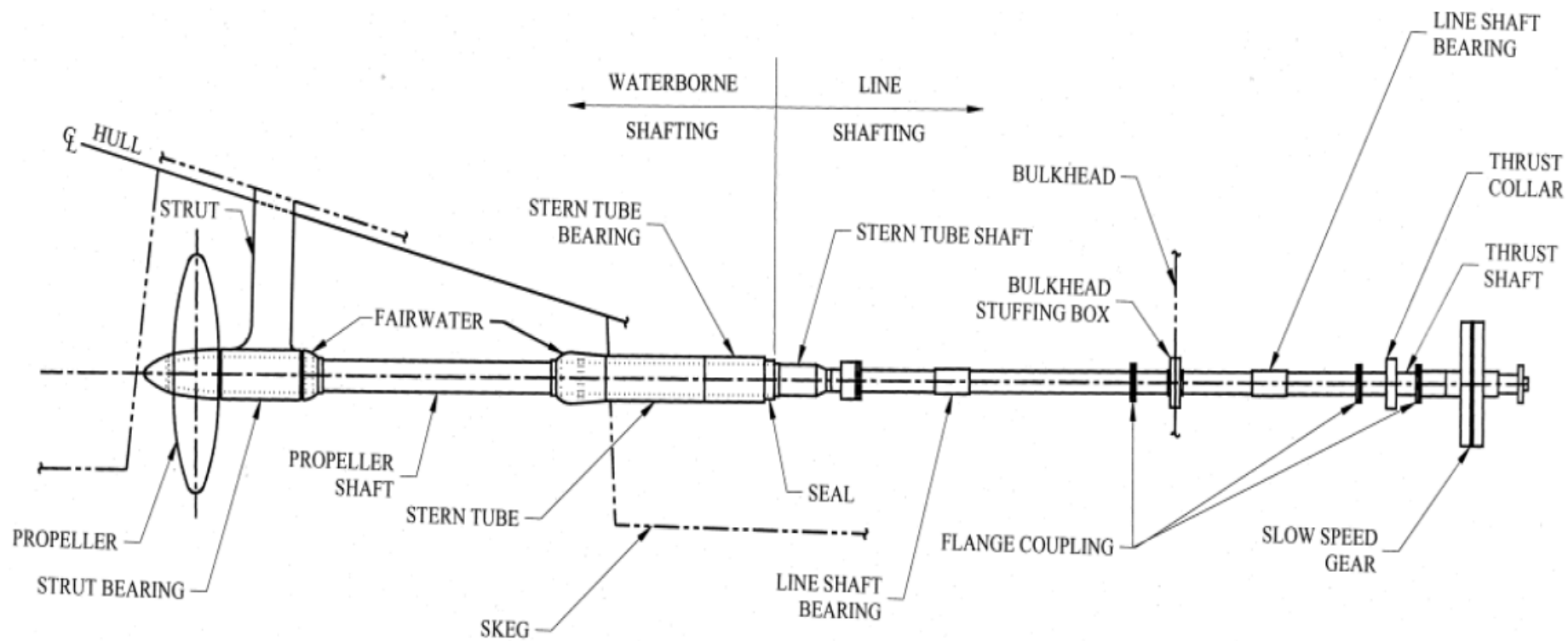
Cruise



Linea d'asse per nave bielaica costituita da numerosi tronchi e numerosi cuscinetti, di notevole lunghezza. L'apparato motore è costituito da quattro motori, due per ciascun asse con riduttore

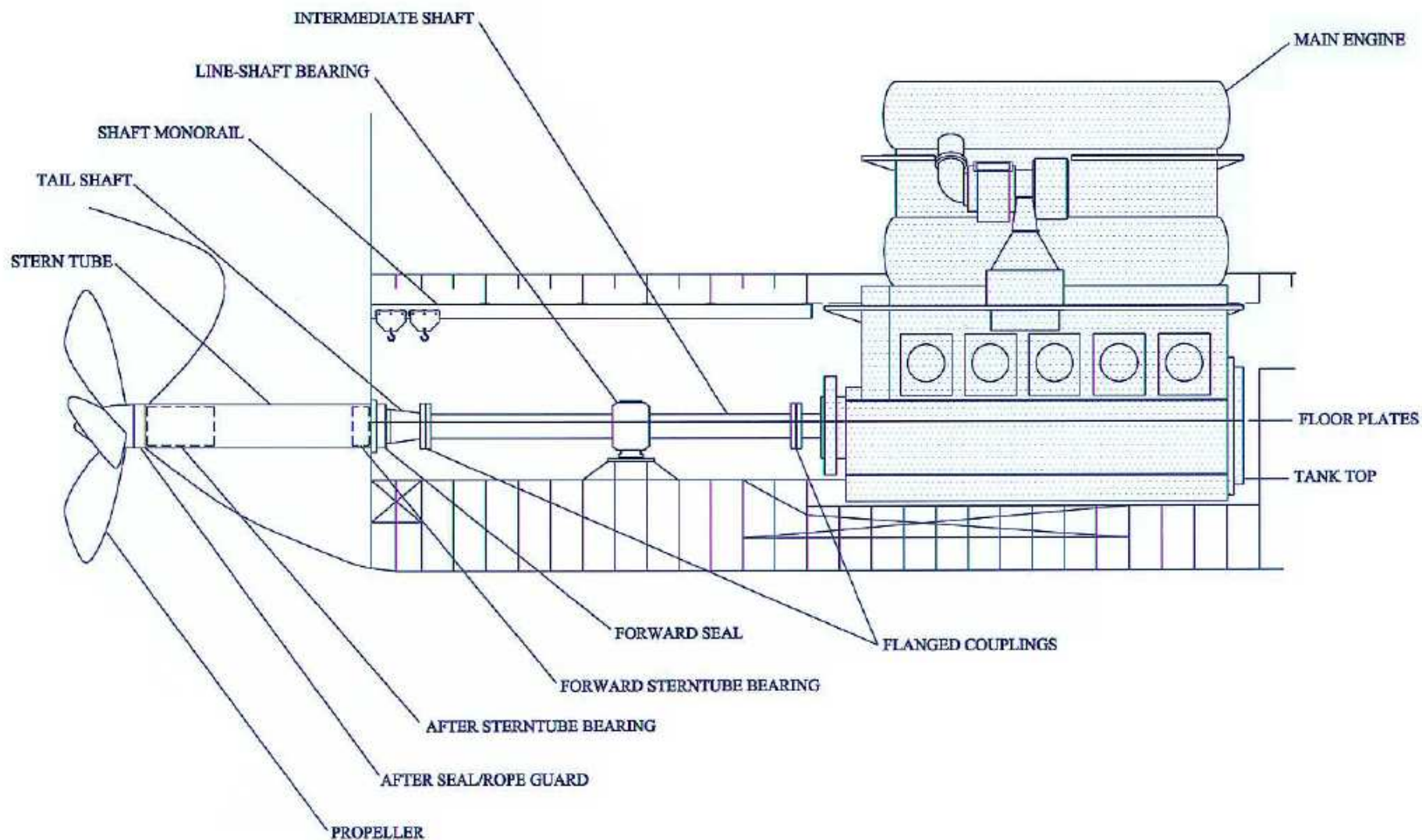
La linea d'asse

Elementi della linea d'asse di una nave bielica



La linea d'asse

Elementi della linea d'asse di una nave monoelica



La linea d'asse

La linea d'asse è composta dai seguenti elementi:

asse portaelica;

astuccio (sostiene l'asse portaelica e consente l'attraversamento dello scafo);

assi intermedi;

cuscinetti reggispira;

cuscinetti portanti;

accoppiatoi;

giunti elastici e cardanici;

smorzatori;

tenute.

Sebbene la condizione ideale sia quella in cui l'asse è diretto secondo una direzione parallela all'asse longitudinale della nave, in alcuni casi è necessario inclinare gli assi sia longitudinalmente che trasversalmente.

In tali casi la spinta utile all'avanzamento della nave si riduce in ragione del prodotto dei coseni degli angoli di inclinazione.

La linea d'asse

Asse portaelica

L'asse portaelica ha il compito di sorreggere l'elica ed è parzialmente a contatto con l'acqua di mare; inoltre su di esso vengono montate le tenute che assicurano che l'acqua non entri nello scafo.

Normalmente una estremità ha forma tronco-conica per consentire il montaggio dell'elica che avviene con collegamento forzato ad interferenza.

All'estremità poppiera dell'asse si trova una zona filettata per il montaggio di un dato di arresto.

Il diametro dell'albero portaelica è normalmente maggiore di quello degli altri tronchi della linea d'asse.

Astuccio

L'astuccio ha il compito di sorreggere l'albero portaelica e di impedire l'ingresso dell'acqua nello scafo.

È realizzato normalmente in due elementi portanti, uno poppiero, di dimensioni longitudinali maggiori ed uno prodiero meno esteso.

La necessità di realizzare il cuscinetto di dimensioni maggiori nasce dalla maggiore forza verticale dovuta alla presenza dell'elica.

La linea d'asse

Astuccio

Il cuscinetto dell'astuccio va lubrificato per ridurre l'attrito e la sua usura; la sua manutenzione richiede generalmente l'immissione della nave in bacino.

Fino alla seconda metà del secolo scorso la lubrificazione era realizzata ad acqua di mare; il cuscinetto era costituito da un anello recante delle doghe in legno santo, molto resistente, e l'acqua di mare provvedeva alla lubrificazione ed al raffreddamento

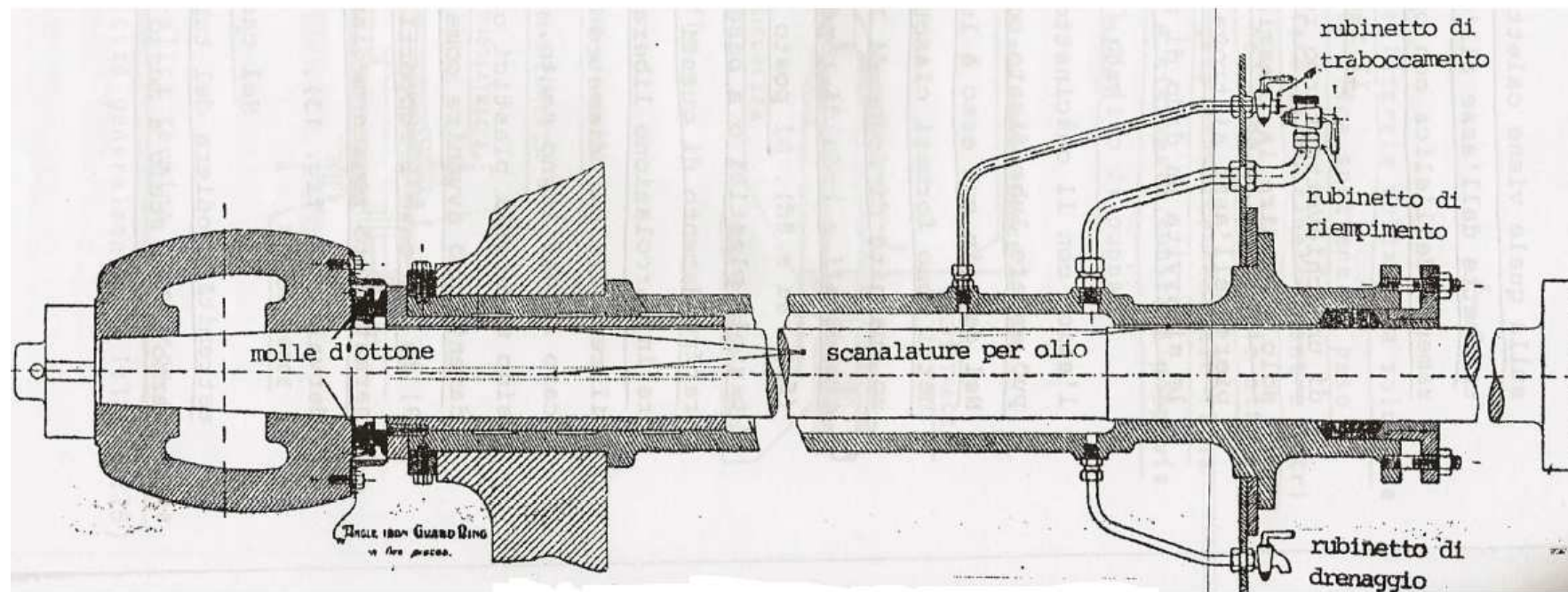
Dagli anni settanta del secolo scorso si è affermata una lubrificazione ad olio, grazie anche all'introduzione di nuovi tipi di tenute

Attualmente si tende invece a ritornare alla lubrificazione ad acqua di mare per rientrare nelle norme anti inquinamento che penalizzano le navi con astuccio lubrificato ad olio.

I moderni astucci raffreddati ad acqua sono però costruiti utilizzando materiali a base di gomma, che garantiscono una maggiore durata del cuscinetto

La linea d'asse

Astuccio



La linea d'asse

Astuccio

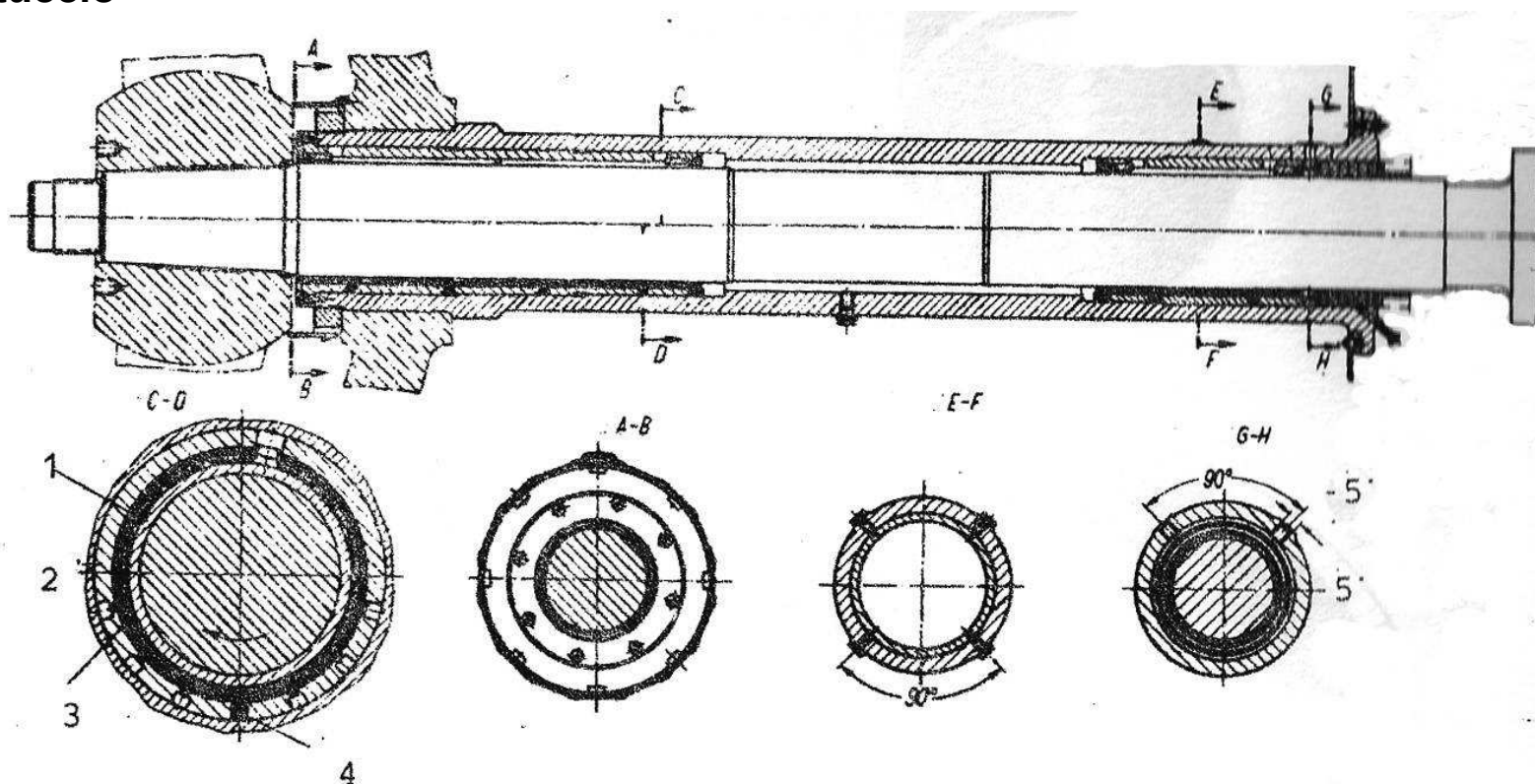
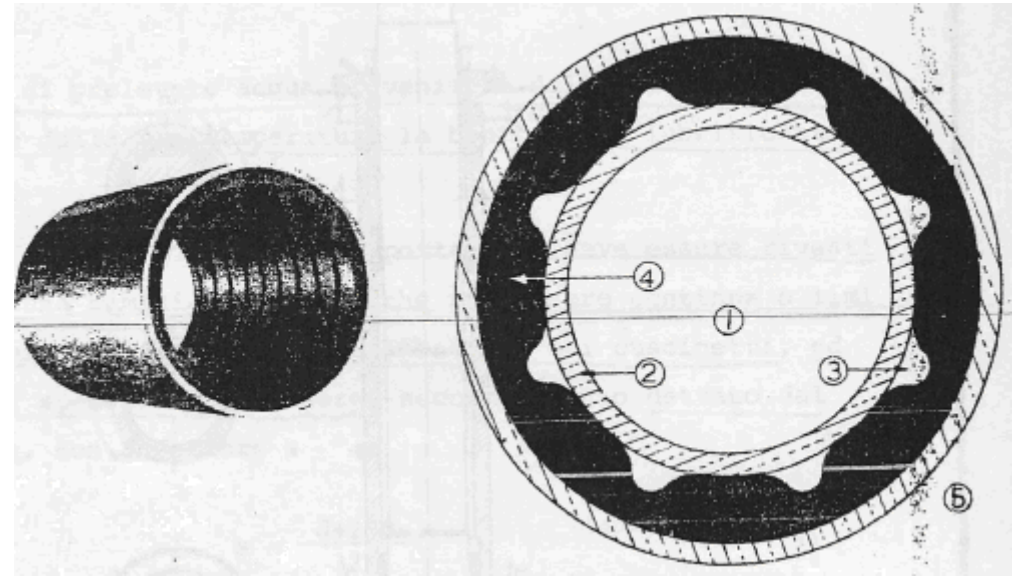
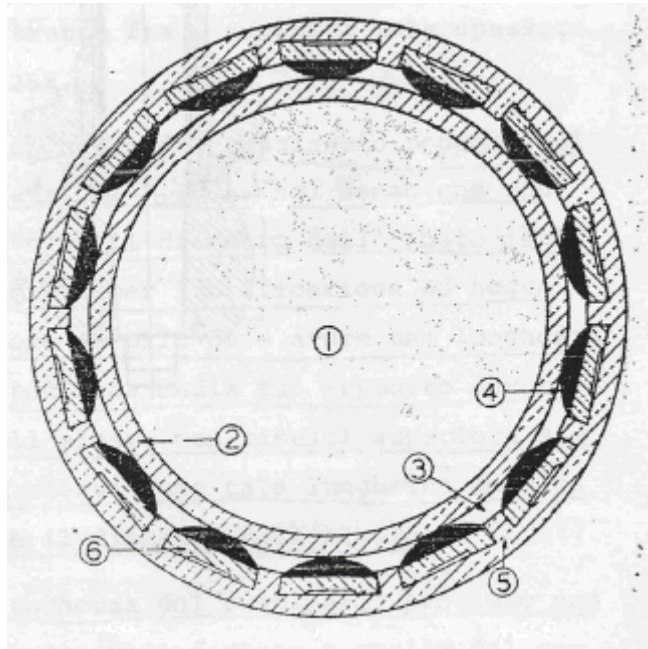


Fig. 10

- | | | | |
|---|--|---|--|
| 1 | Camicia | 4 | Guarnizioni |
| 2 | Asse portaelica | 5 | Due fori 40x2 per alimentazione acqua. |
| 3 | Elementi di gomma con supporti metallici | | |

La linea d'asse

Astuccio



- 1 albero
- 2 camicia di bronzo
- 3 canali per passaggio acqua
- 4 boccia di gomma
- 5 boccia porta elementi di gomma
- 6 supporti di bronzo per gli elementi di gomma

La linea d'asse

Alberi intermedi

Il numero e la lunghezza dei tronchi di linea d'asse intermedi dipende dalla lunghezza complessiva della linea, dalla disponibilità sul mercato di assi di determinata lunghezza e soprattutto da problematiche legate alla necessità di sfilare i vari tronchi e l'albero portaelica.

Tutti i tronchi intermedi e lo stesso albero portaelica sono realizzati per fucinatura

Reggispinta

Il reggispinta ha il compito di trasmettere la spinta generata dall'elica alla struttura dello scafo.

In passato venivano utilizzati reggispinta ad anelli, ma già da tempo si è affermato un particolare tipo di cuscinetto detto Mitchell dal nome del suo inventore.

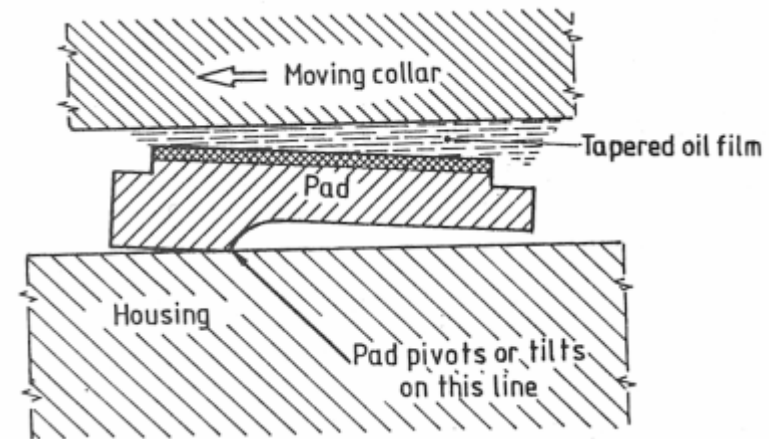
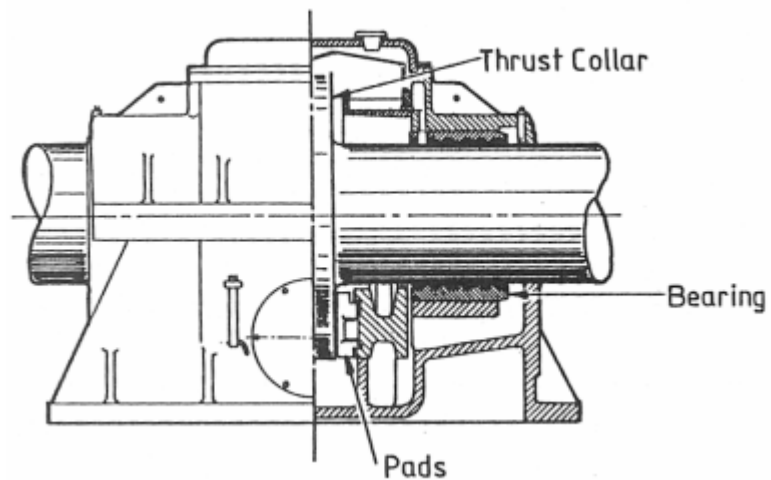
Si tratta un cuscinetto costituito da pattini oscillanti aventi la forma di settori circolari sistemati intorno ad un disco. L'asse rotante avrà a sua volta un disco che si appoggia ai pattini.

Tra disco fisso e pattini il contatto avverrà tramite uno strato di olio che si introdurrà tra le superfici trascinato dal moto di rotazione relativo tra le parti.

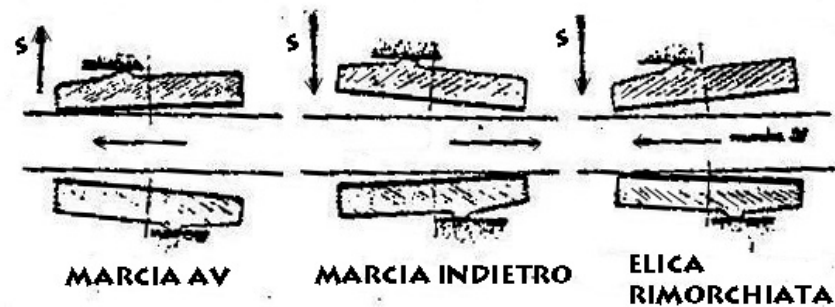
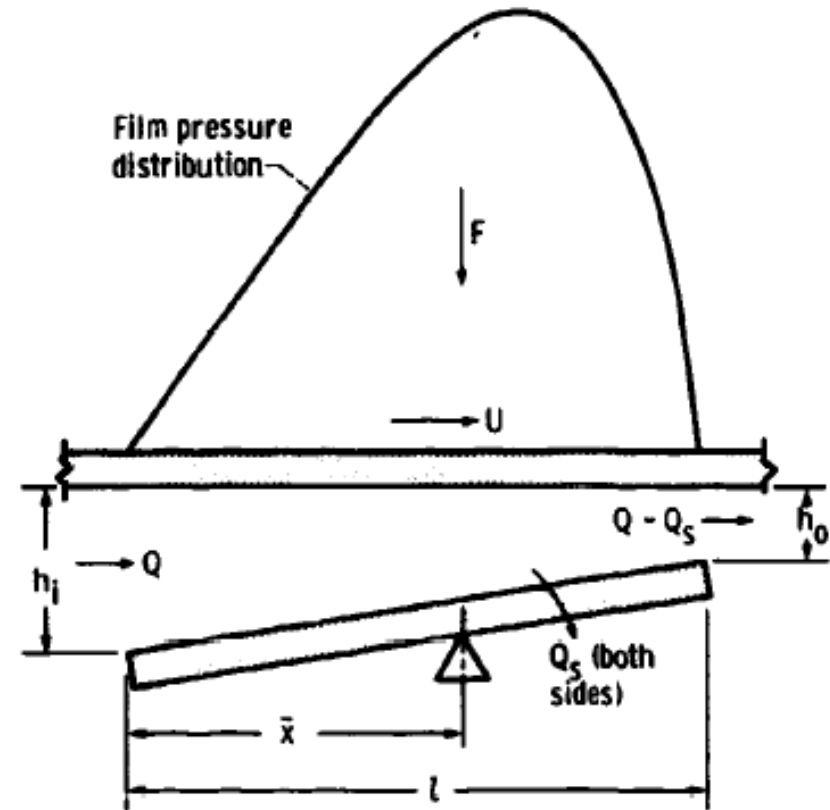
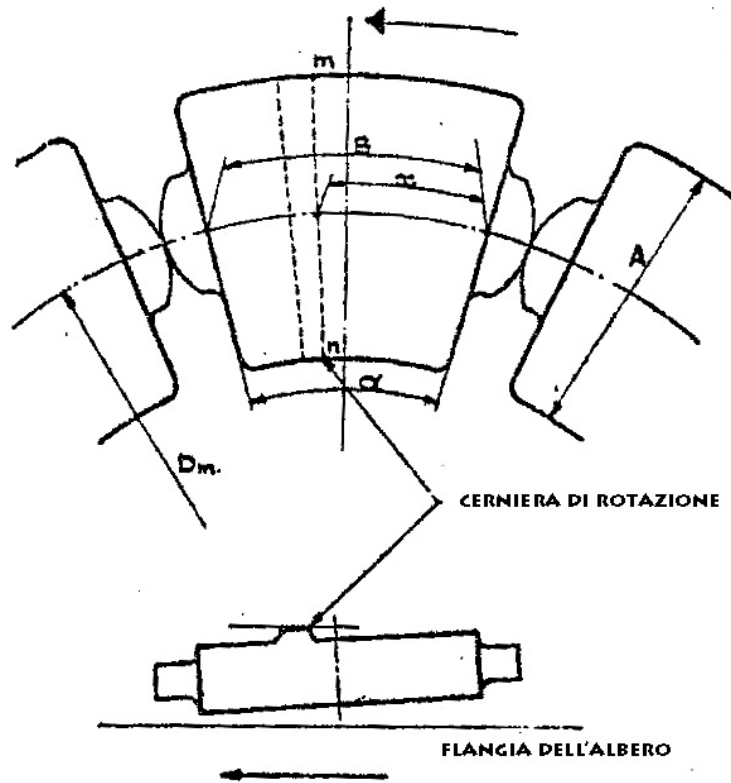
La linea d'asse

Reggispinta

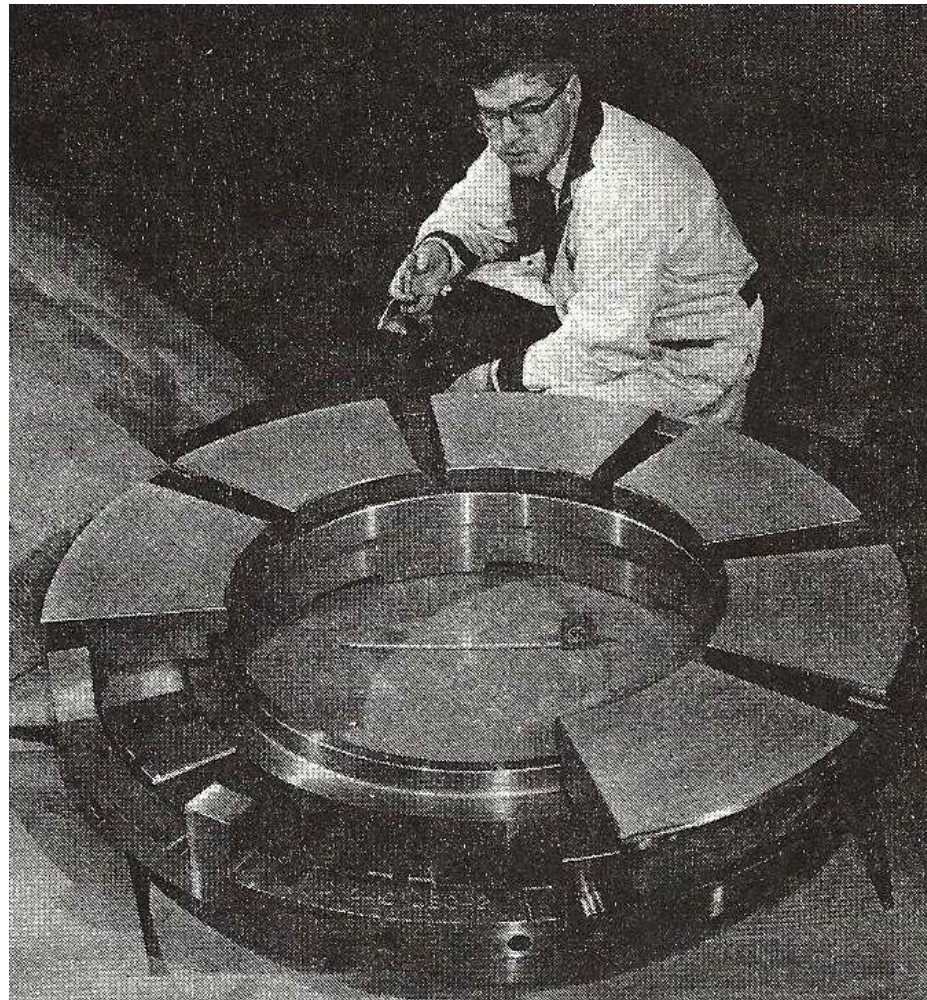
La possibilità che il pattino ha di ruotare intorno all'asse di contatto con il disco fisso gli conferisce la possibilità di trovare l'equilibrio idrodinamico tra la pressione esercitata sul collare e il moto dell'olio.



Reggispinta



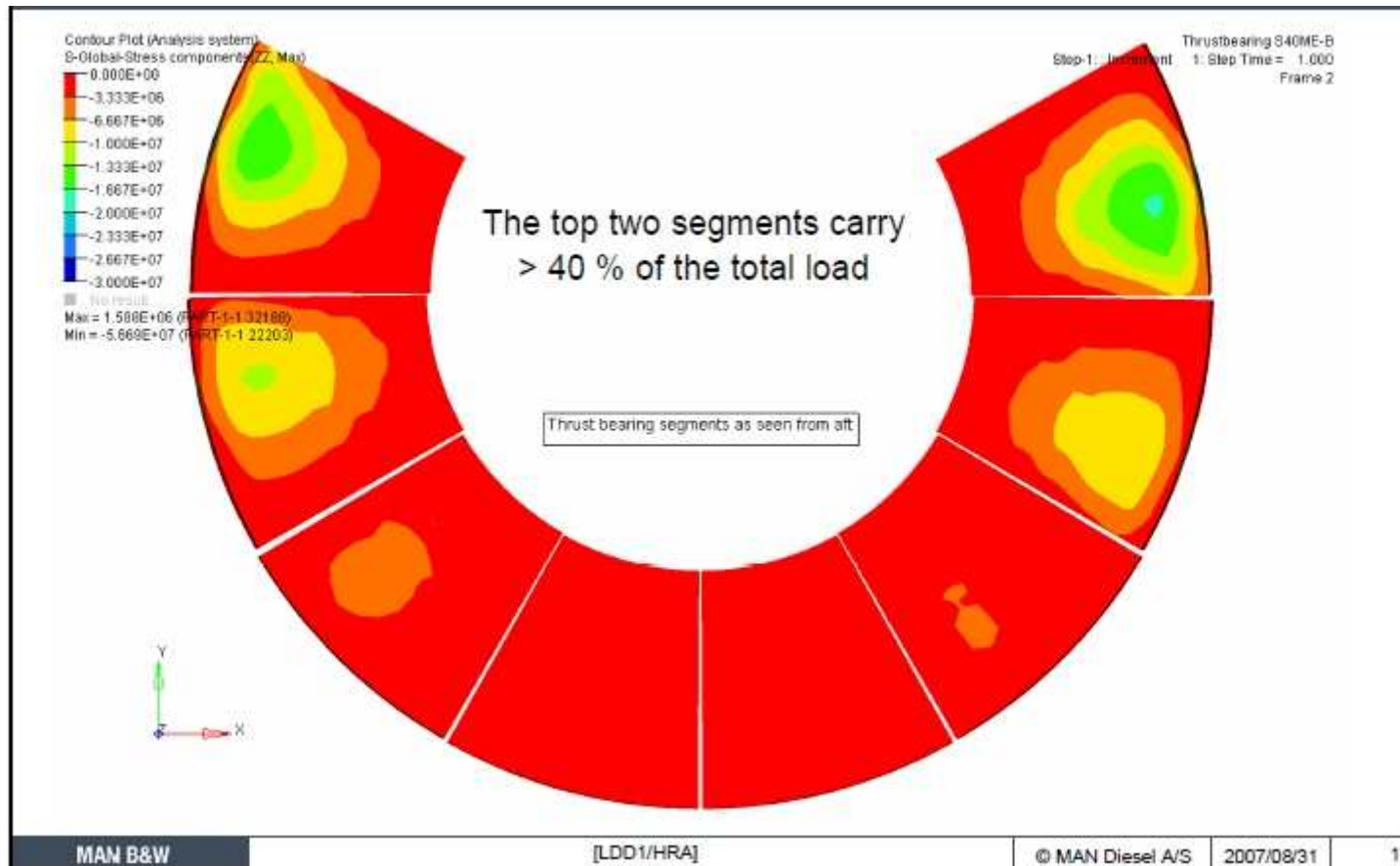
Reggispinta



La linea d'asse

Reggispinta

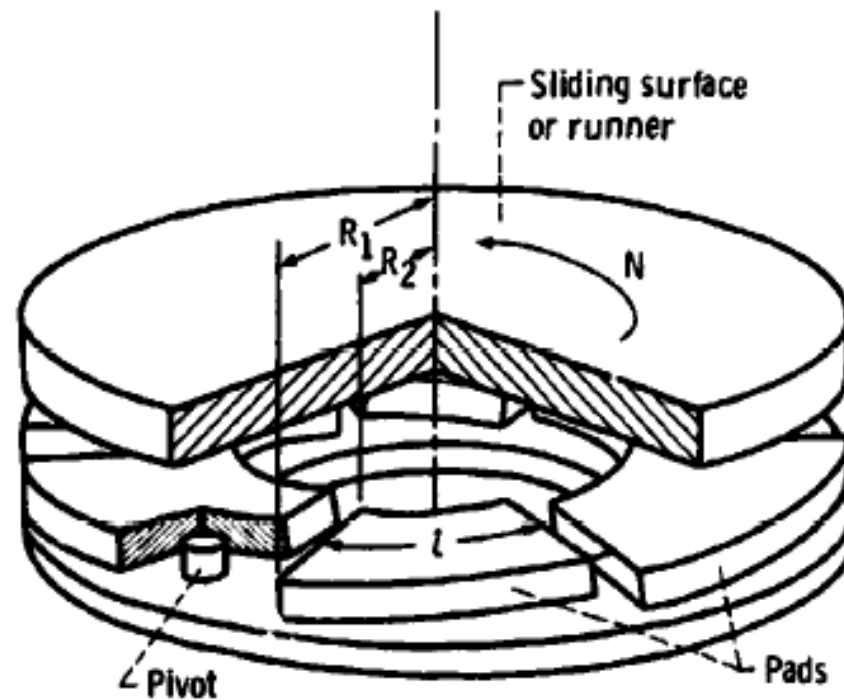
Dalla figura si nota che i pattini che trasmettono la spinta sono quelli della zona centrale, per cui generalmente i pattini superiori non vengono montati



La linea d'asse

Reggispinta

Un ulteriore tipo di cuscinetto reggispinta è costituito dal cuscinetto Kingsbury, in cui i pattini ruotano intorno ad un punto piuttosto che un asse come nel cuscinetto Mitchell, in maniera che vi sia un ulteriore grado di libertà.



La linea d'asse

Tronchi cavi

Lo sforzo di torsione, che è quello predominante nella linea d'asse, viene trasmesso in maniera linearmente dipendente dalla distanza dal centro dell'asse.

In casi particolari in cui è necessario ridurre i pesi si fa uso di alberi cavi; si utilizzano tronchi di linea d'asse cavi anche quando è necessario installare eliche a pale orientabili, perché il comando delle pale è realizzato attraverso un sistema oleodinamico contenuto all'interno dell'albero.

La riduzione di resistenza dell'albero è trascurabile finché il diametro interno è pari ad un terzo di quello esterno, ma anche per diametri interni maggiori la diminuzione di resistenza è abbastanza contenuta.

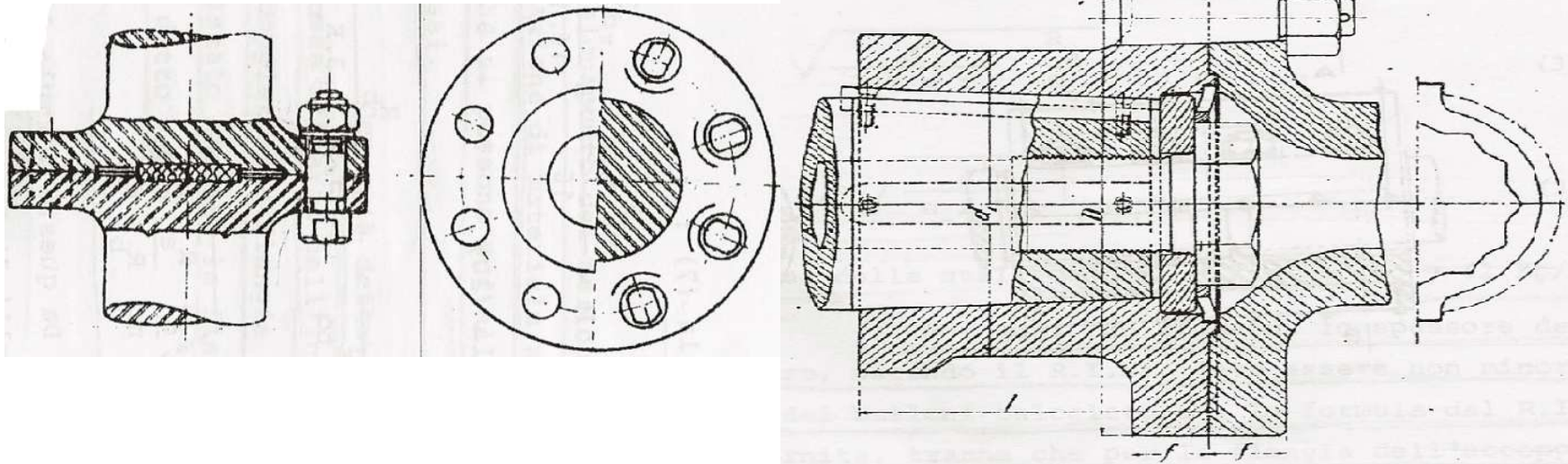
Nel caso il diametro interno sia due terzi di quello esterno, quest'ultimo va aumentato di una quantità inferiore al 10% per ottenere una pari resistenza.

La linea d'asse

Accoppiatoi

Il collegamento tra gli alberi può essere realizzato in differenti maniere.

Quella più semplice è attraverso delle flange realizzate all'estremità degli alberi e tenute insieme tramite perni

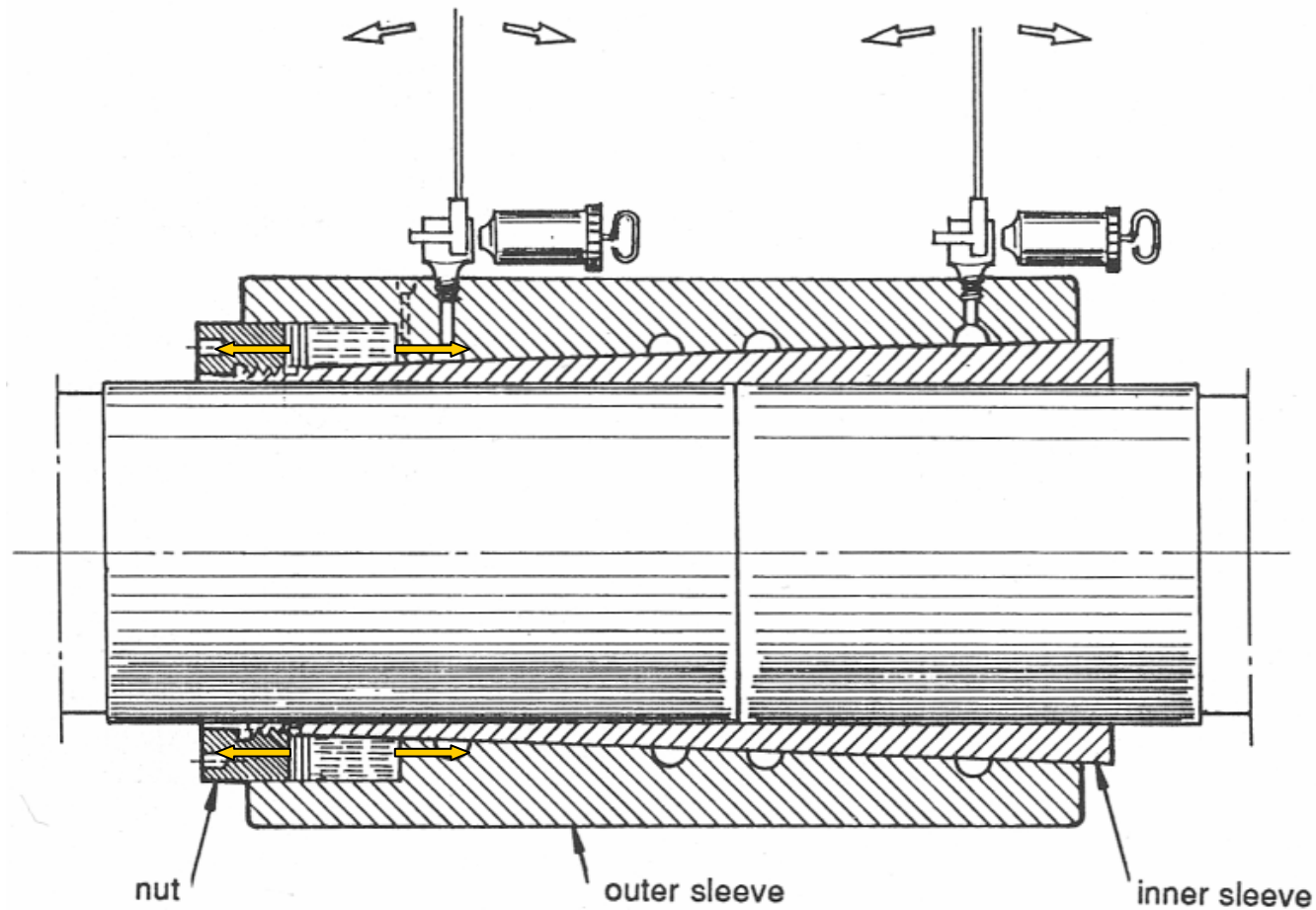


Nel caso debba realizzarsi lo sfilamento dell'albero portaelica attraverso l'astuccio, si ricorre a diversi tipi di accoppiatoi, tipo quello a gusci o a manicotto.

In questi tipi di accoppiatoi

Accoppiatoi

Nei giunti ad interferenza l'accoppiamento tra gli assi avviene per la forza radiale creata dai due elementi conici inseriti sull'asse con l'ausilio dell'olio in pressione.

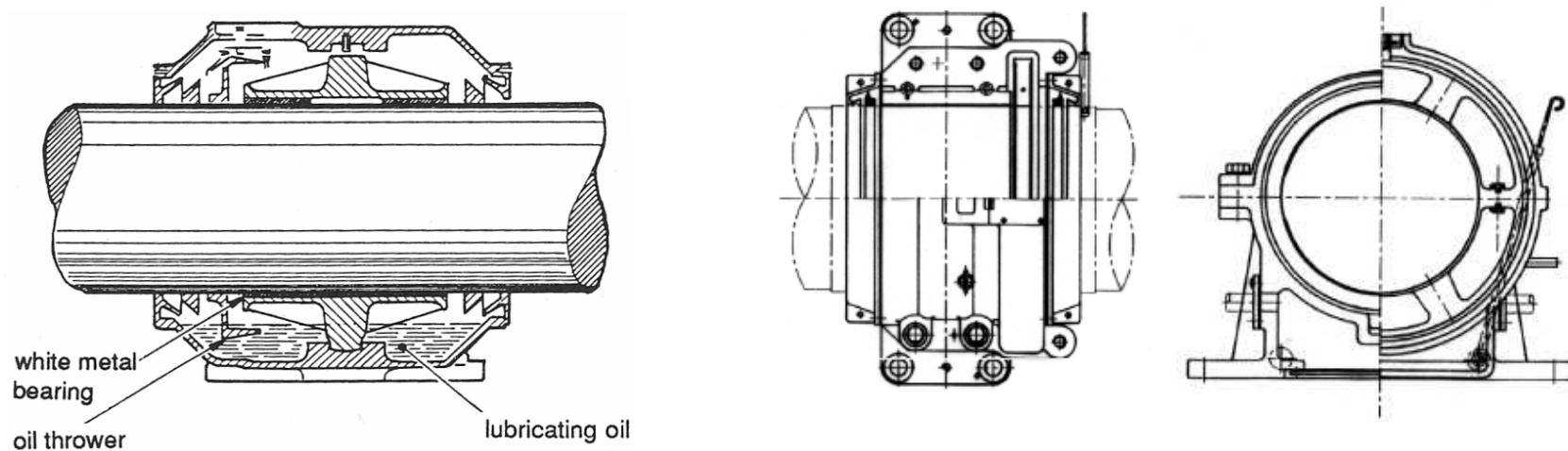


Cuscinetti portanti

La funzione di sostegno dei tronchi della linea d'asse è svolta dai cuscinetti intermedi

Il loro numero varia in funzione della lunghezza della linea e dei singoli tronchi

Sono normalmente composti in due metà per consentirne il montaggio



La dimensione longitudinale del cuscinetto viene determinata in maniera da limitare il valore della pressione agente su di esso; quasi tutti gli enti di classifica considerano la superficie pari al prodotto del diametro per la lunghezza dell'appoggio.

Tale pressione deve essere minore di 1.5 kg/cm^2 , inoltre il prodotto di tale pressione per la velocità tangenziale definisce il coefficiente di usura, che deve essere minore di 1000 kg/cm s

Linea d'asse

Su linee d'assi di navi bielica possono essere presenti dispositivi per il bloccaggio della eventuale rotazione di una linea dovuta all'azione idrodinamica di trascinamento dell'elica quando solo l'altra è in funzione.

Alcuni tipi di macchine motrici non possono ruotare trascinate.

Possono essere presenti anche dispositivi per la movimentazione lenta della linea, dispositivi per l'assorbimento e lo smorzamento di carichi alternativi.

Dimensionamento

Le sollecitazioni agenti su di una linea d'asse sono:

Compressione

Detta T la spinta esercitata dall'elica, d il diametro, la sollecitazione di compressione è

$$\sigma_c = \frac{4T}{\pi d^2}$$

Flessione

La flessione è dovuta principalmente al peso proprio; stabilito il peso unitario dell'asse pari a q , ed ipotizzando che l'asse sia appoggiato, risulta

$$M_f = \frac{1}{8} q l^2 \quad \text{da cui} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W_f} = \frac{32M_f}{\pi d^3} = \frac{4}{\pi d^3} q l^2$$

Dimensionamento

Torsione

La coppia prodotta dal motore genera una sollecitazione di torsione, che risulta essere tangenziale e non assiale come le precedenti

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16M_t}{\pi d^3} \qquad W_t = \frac{I_p}{r} = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}}$$

Poiché il momento torcente può essere espresso in funzione della potenza e della velocità di rotazione dell'asse

$$P = 2\pi n M_t \qquad \tau_t = \frac{8}{\pi^2} \frac{P}{n d^3}$$

è quindi possibile stabilire il diametro da assegnare all'asse in funzione della potenza, del numero di giri e della sollecitazione massima a cui l'albero deve lavorare.

$$d = \sqrt[3]{\frac{8}{\pi^2}} \sqrt[3]{\frac{P}{n \tau_t}}$$

Dimensionamento

Le normative degli enti di classifica stabiliscono che il diametro minimo da assegnare agli assi intermedi e reggispinta debba essere calcolato con la relazione

$$d = F k \left[\frac{P}{n(1-Q^4)} \frac{560}{R_m + 160} \right]^{1/3}$$

Si può notare come la formula proposta dagli enti di classifica si basi sulla formula del diametro relativa alla sollecitazione di torsione, maggiorata tramite coefficienti di sicurezza opportuni.

$$d = \sqrt[3]{\frac{8}{\pi^2}} \sqrt[3]{\frac{P}{n \tau_t}}$$

Il termine **Q** esprime il rapporto tra il diametro interno e il diametro esterno nel caso di alberi cavi, da assumere pari a zero se minore di 0.3; infatti, essendo Q elevato alla quarta potenza, per valori inferiori a 0.3 la maggiorazione che ne deriverebbe sarebbe inferiore allo 0.8%.

F è un fattore che vale 100 per i motori diesel e 95 per turbine a gas, motori elettrici e turbine a vapore; infatti la propulsione con motori diesel viene penalizzata per tener conto delle sollecitazioni aggiuntive che nascono per effetto della coppia irregolare che caratterizza tali macchine.

k è un termine che tiene conto della tipologia degli elementi che compongono la linea d'asse; il suo valore è assegnato in base a valori tabellari

Dimensionamento

k è un termine che tiene conto della tipologia degli elementi che compongono la linea d'asse; il suo valore è assegnato in base a valori tabellari

Table 2 : Values of factor k

For intermediate shafts with					For thrust shafts external to engines	
integral coupling flange	shrink fit coupling	keyways	radial bores, transverse holes	longitudinal slots	on both sides of thrust collar	in way of axial bearing, where a roller bearing is used as a thrust bearing
1,00 (1)	1,00	1,10 (2)	1,10 (3)	1,20 (4)	1,10	1,10
(1) Value applicable in the case of fillet radii in accordance with the provisions of [2.5.1]. (2) After a distance of not less than 0,2 d from the end of the keyway, the shaft diameter may be reduced to the diameter calculated using $k = 1,0$. Fillet radii in the transverse section of the bottom of the keyway are to be not less than 0,0125 d, d being the diameter as calculated above using $k = 1,0$. (3) Value applicable in the case of diameter of bore not exceeding 0,3 d, d being as defined in (2). (4) Value normally applicable in the case of slot having length not exceeding 1,4 d and width not exceeding 0,2 d, d being as defined in Note (2), however to be justified on a case by case basis by the Manufacturers.						

n è il numero di giri espresso in rivoluzioni per minuto (rpm)

P è la massima potenza continuativa erogata dal motore

R_m è il carico di rottura a trazione per il materiale di cui è costituito l'asse. Esso viene generalmente limitato a 800 N/mm², a meno di particolari valutazioni specifiche per il caso in esame da parte dell'ente di classifica.

Dimensionamento

Nel caso di alberi portaelica il dimensionamento è maggiorato, per tener conto della presenza dell'elica.

La formula presente però ha una struttura simile a quella della formula valida per gli assi intermedi, differenziandosi per l'assenza del termine F e la presenza del termine k_p

$$d = 100 k_p \left[\frac{P}{n(1 - Q^4)} \frac{560}{R_m + 160} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Il termine k_p viene scelto in funzione del tipo di calettamento dell'elica all'asse e del tipo di lubrificazione dell'astuccio, e può assumere valori pari a 1.15, 1.22, 1.26 a seconda dei casi.

Questo dimensionamento va applicato alla parte di albero portaelica che va dall'estremità prodiera del cuscinetto più a poppavia alla faccia del mozzo dell'elica. Inoltre l'estensione di questo tratto deve essere almeno 2.5 volte il diametro d calcolato con il valore di k_p .

Infine la lunghezza del cuscinetto poppiere dell'albero portaelica deve essere almeno 2 volte il diametro, sia nel caso di cuscinetto in lega metallica antifrizione che in caso di cuscinetto in materiale sintetico ad olio. Nel caso di cuscinetto in legno santo o in materiale sintetico lubrificato ad acqua la lunghezza deve essere minimo 4 volte il diametro dell'asse.

Allineamento

Il peso della linea d'asse, dell'elica e di ulteriori dispositivi eventualmente presenti viene sostenuto da una serie di cuscinetti.

La sistemazione della linea d'asse, intesa come numero e soprattutto come orientamento e posizione verticale dei cuscinetti deve essere realizzata in maniera che:

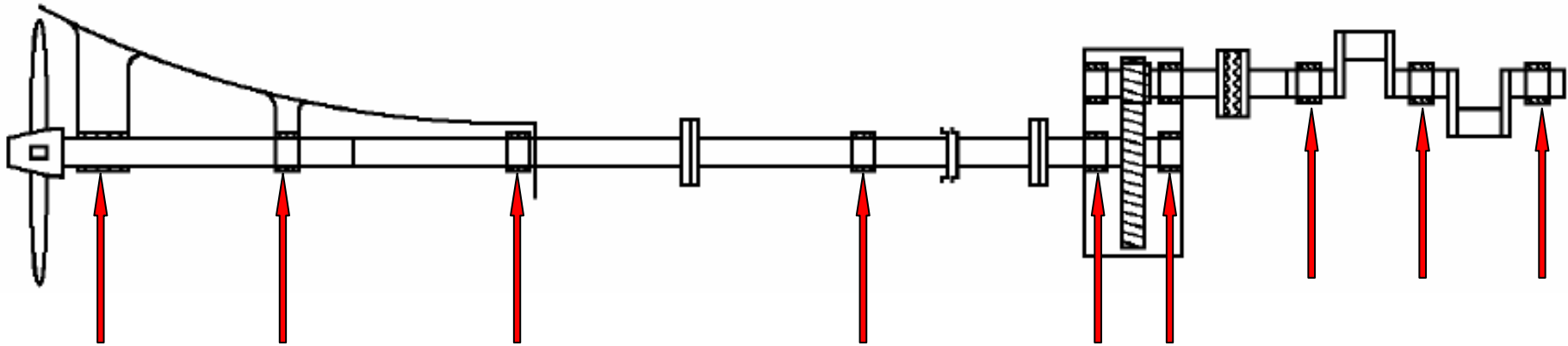
- tutti i cuscinetti siano soggetti a carichi non superiori ai limiti definiti dal costruttore,
- la reazione dei cuscinetti sia sempre positiva,
- le sollecitazioni di taglio e momento sull'asse dovute alla flessione rientrino nei limiti di resistenza del materiale, tenendo conto che vanno considerate unitamente alle altre sollecitazioni presenti (torsione e sforzo normale)
- le reazioni esercitate dalla linea d'asse sui macchinari ad essa collegati siano compatibili con i carichi ammissibili stabiliti dai costruttori.

Bisogna infine tener conto del fatto che la nave ha una struttura flessibile e quindi la posizione verticale dei cuscinetti è influenzata dalla deformata dello scafo nella zona poppiera e quindi dalle condizioni operative.

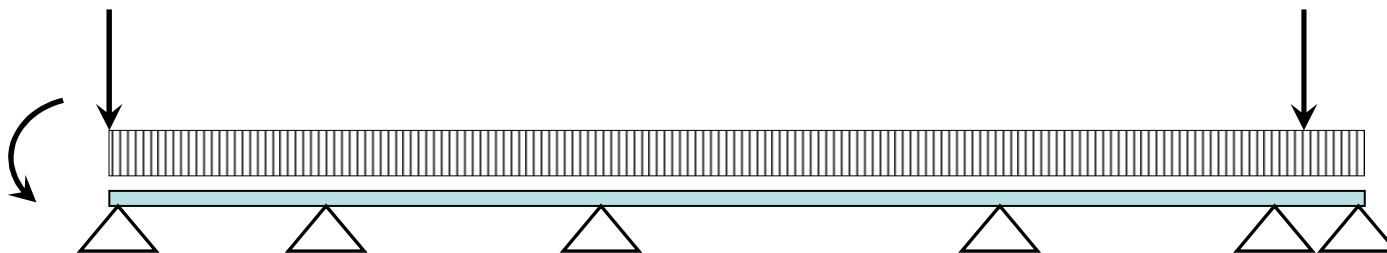
È auspicabile che la rigidità della struttura nave e quella della linea d'asse siano compatibili; nel caso in cui una linea d'asse rigida si trova a lavorare in uno scafo flessibile possono nascere sollecitazioni aggiuntive sui supporti che usurano i cuscinetti in breve tempo.

Allineamento

La linea d'asse può essere schematizzata come una trave appoggiata soggetta al peso proprio ed ai carichi concentrati costituiti dall'elica, dal riduttore, da eventuali dispositivi come l'alternatore asse (quando è coassiale) etc.

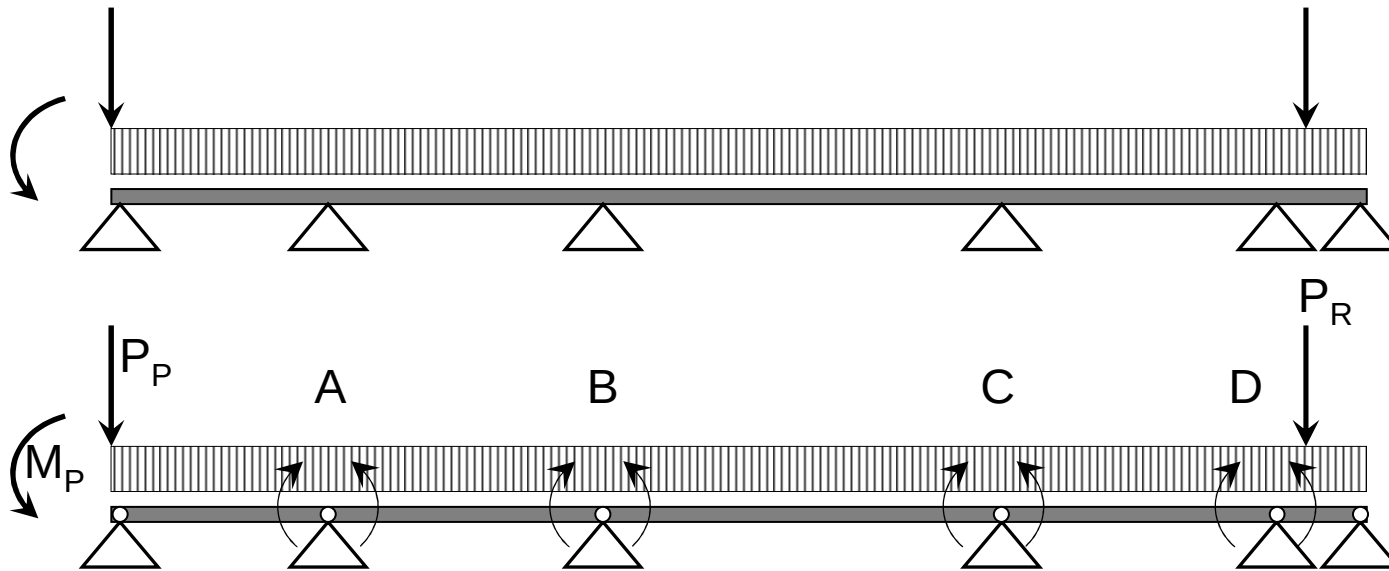


è necessario determinare le reazioni esercitate dai cuscinetti per verificare che non si generino sollecitazioni non ammesse.

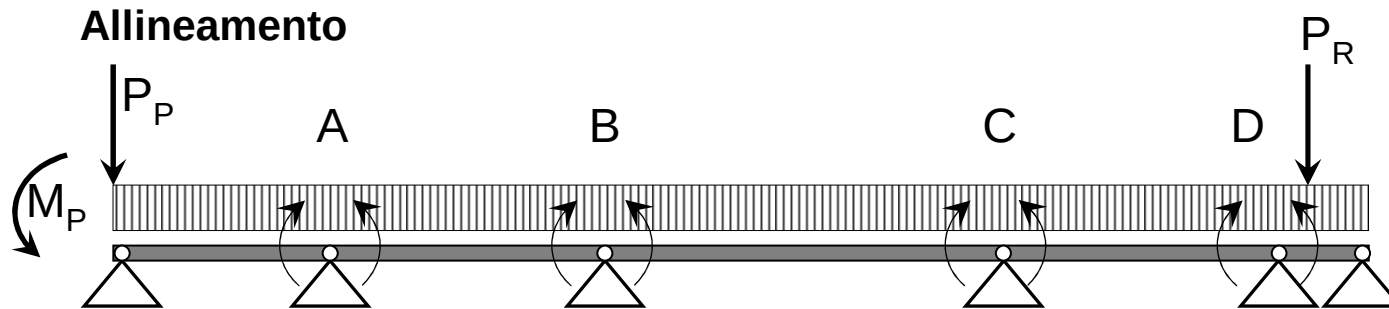


Allineamento

La struttura ottenuta è quella di una trave iperstatica, che bisogna rendere isostatica sostituendo gli appoggi con cerniere e ripristinando le coppie trasmesse originariamente dall'asse.



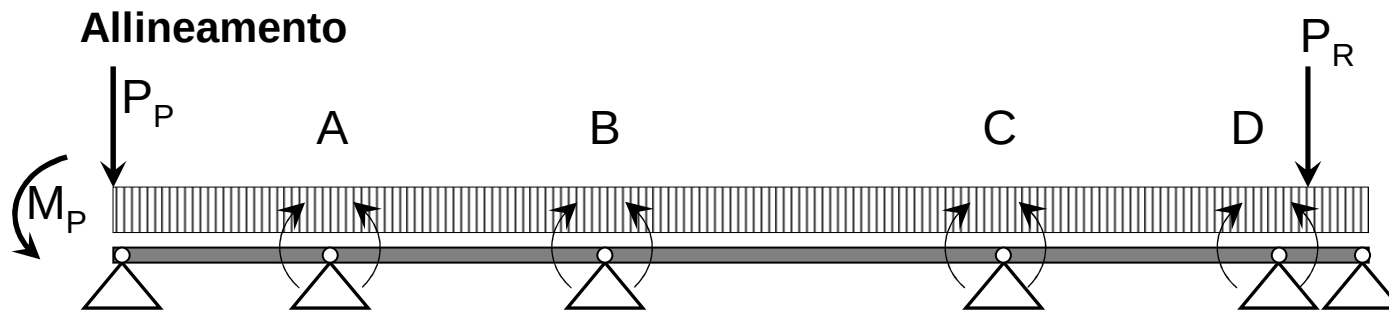
Bisognerà però introdurre la condizione che le rotazioni delle cerniere siano congruenti, per garantire che la trave iperstatica originaria e quella in cui le cerniere hanno preso il posto degli appoggi si deformino allo stesso modo.



Si otterranno quindi, nel caso in figura, quattro equazioni di congruenza delle rotazioni nelle cerniere A, B, C e D.

Ad esempio per la cerniera A le rotazioni dell'estremo solidale all'albero portaelica (il tronco a sinistra) sono ottenute applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

$$\begin{aligned}
 -\frac{M_P l_{PA}}{6EI} - \frac{M_A l_{PA}}{3EI} + \frac{q l_{PA}^3}{24EI} &= \frac{M_A l_{AB}}{3EI} - \frac{q l_{AB}^3}{24EI} + \frac{M_B l_{AB}}{6EI} \\
 -\frac{M_A l_{AB}}{6EI} - \frac{M_B l_{AB}}{3EI} + \frac{q l_{AB}^3}{24EI} &= \frac{M_B l_{BC}}{3EI} - \frac{q l_{BC}^3}{24EI} + \frac{M_C l_{BC}}{6EI} \\
 -\frac{M_B l_{BC}}{6EI} - \frac{M_C l_{BC}}{3EI} + \frac{q l_{BC}^3}{24EI} &= \frac{M_C l_{CD}}{3EI} - \frac{q l_{CD}^3}{24EI} + \frac{M_D l_{CD}}{6EI} \\
 -\frac{M_C l_{CD}}{6EI} - \frac{M_D l_{CD}}{3EI} + \frac{q l_{CD}^3}{24EI} &= \frac{M_D l_{DR}}{3EI} - \frac{q l_{DR}^3}{24EI} - \frac{P_R l_{DR}^2}{16EI}
 \end{aligned}$$



$$\frac{1}{3EI}(l_{PA} + l_{AB})M_A + \frac{l_{AB}}{6EI}M_B = -\frac{M_P l_{PA}}{6EI} + \frac{ql_{PA}^3}{24EI} + \frac{ql_{AB}^3}{24EI}$$

$$\frac{1}{3EI}(l_{AB} + l_{BC})M_B + \frac{1}{6EI}(l_{AB} + l_{BC})M_C = \frac{ql_{AB}^3}{24EI} + \frac{ql_{BC}^3}{24EI}$$

$$\frac{1}{3EI}(l_{BC} + l_{CD})M_C + \frac{1}{6EI}(l_{BC} + l_{CD})M_D = \frac{ql_{BC}^3}{24EI} + \frac{ql_{CD}^3}{24EI}$$

$$\frac{1}{3EI}(l_{CD} + l_{DR})M_D + \frac{l_{CD}}{6EI}M_D = \frac{P_R l_{DR}^2}{16EI} + \frac{ql_{PA}^3}{24EI} + \frac{ql_{AB}^3}{24EI}$$

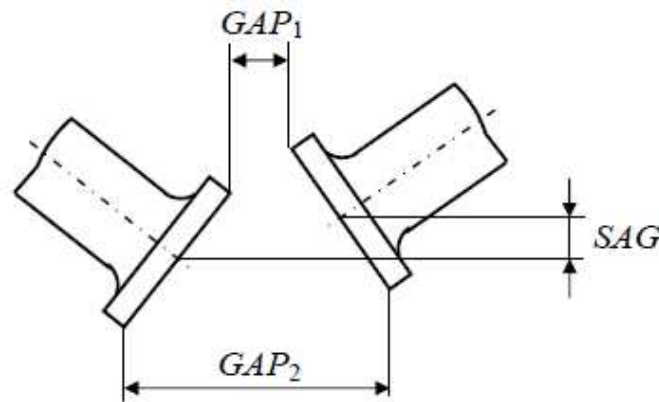
Una volta calcolati i momenti agenti sulle cerniere è possibile determinare le reazioni dei vincoli, imponendo l'equilibrio dei singoli tronchi di trave.

Inoltre è possibile calcolare le sollecitazioni di momento e taglio che agiscono sulla trave e verificare che non vengano superati i valori ammissibili.

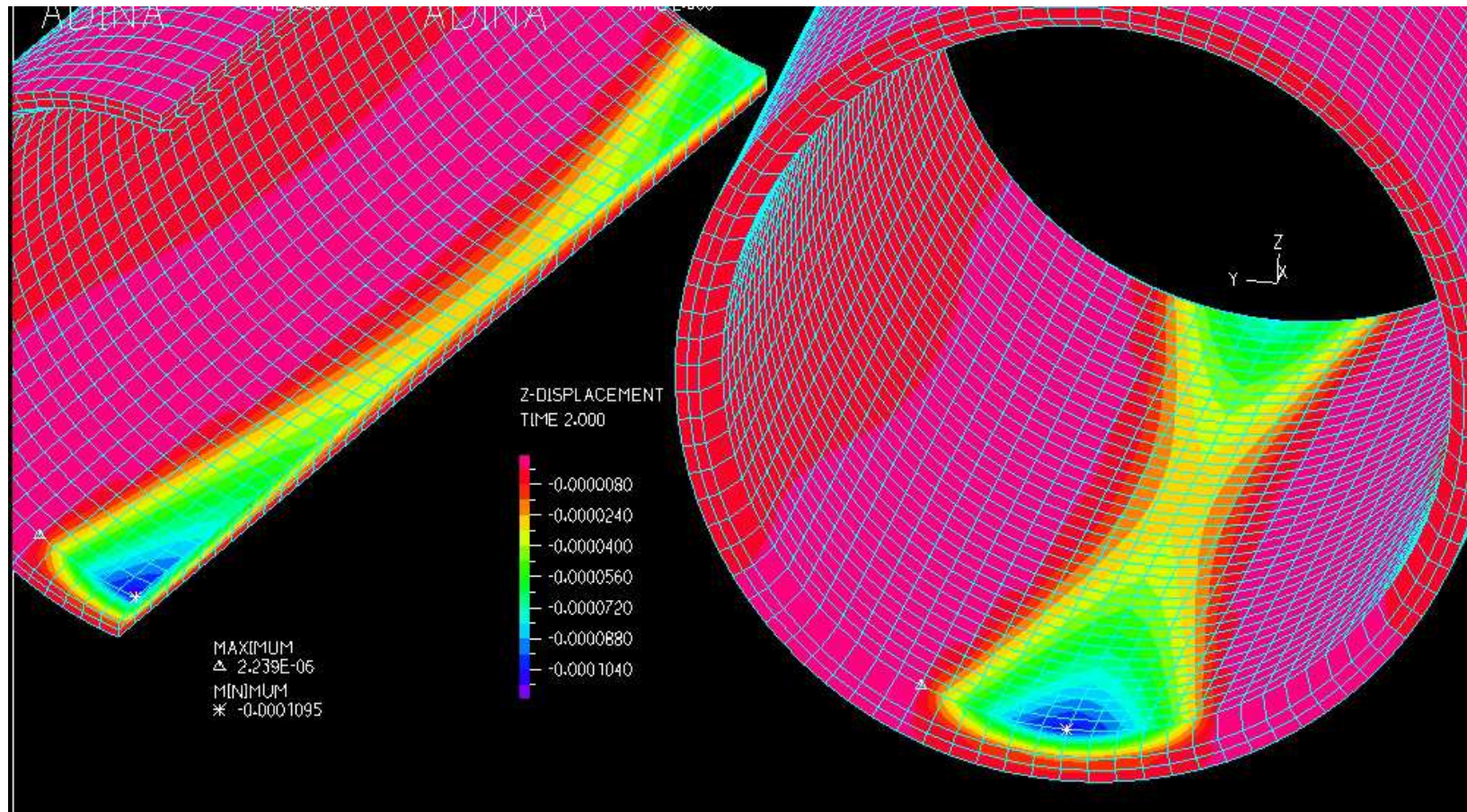
Deformata linea d'asse

Viene quindi determinata sia l'effettivo andamento della linea d'asse deformata, sia i valori dell'abbassamento e dello scostamento tra gli estremi degli assi.

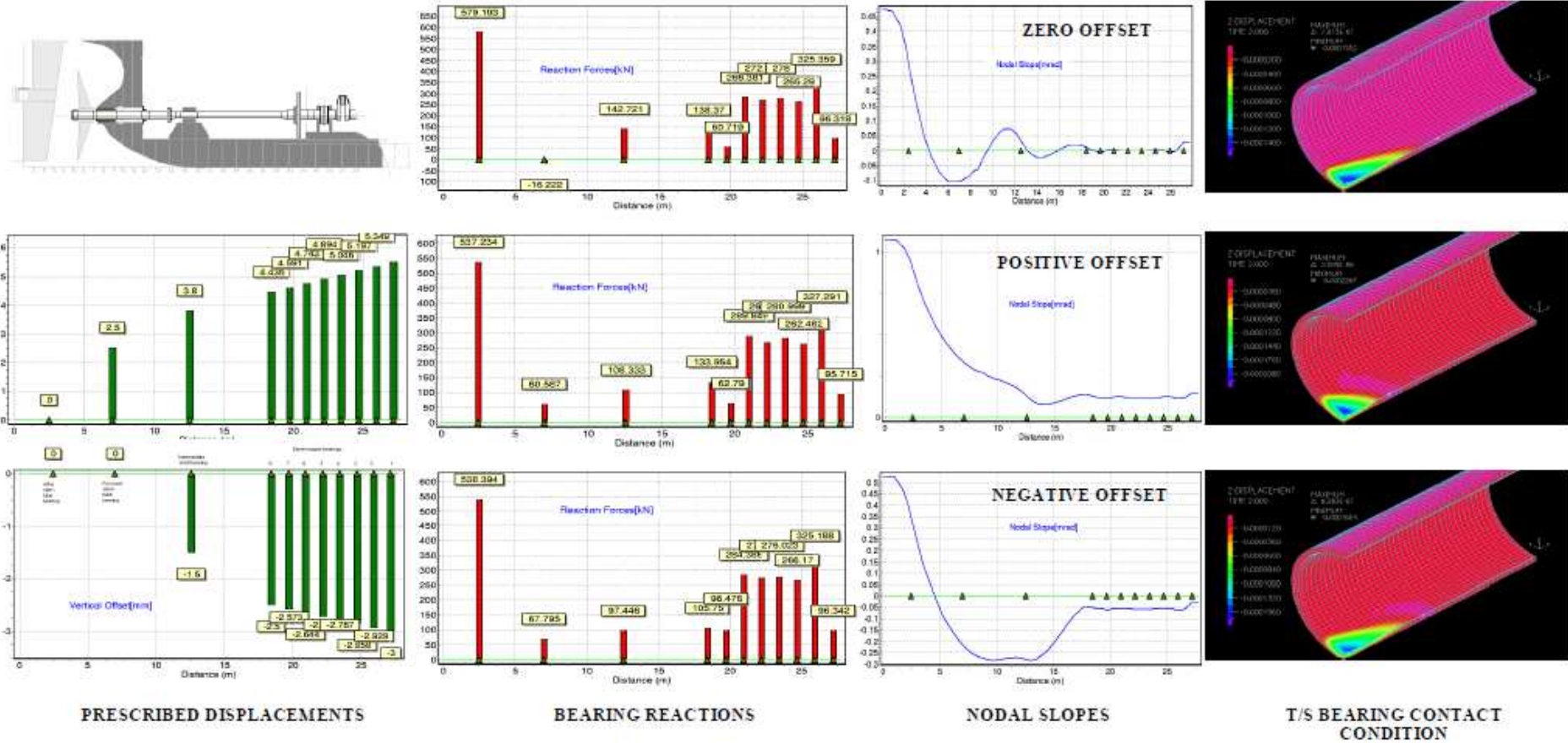
Queste ultime informazioni sono utilizzate soprattutto per posizionare i cuscinetti portaelica in fase di realizzazione della linea



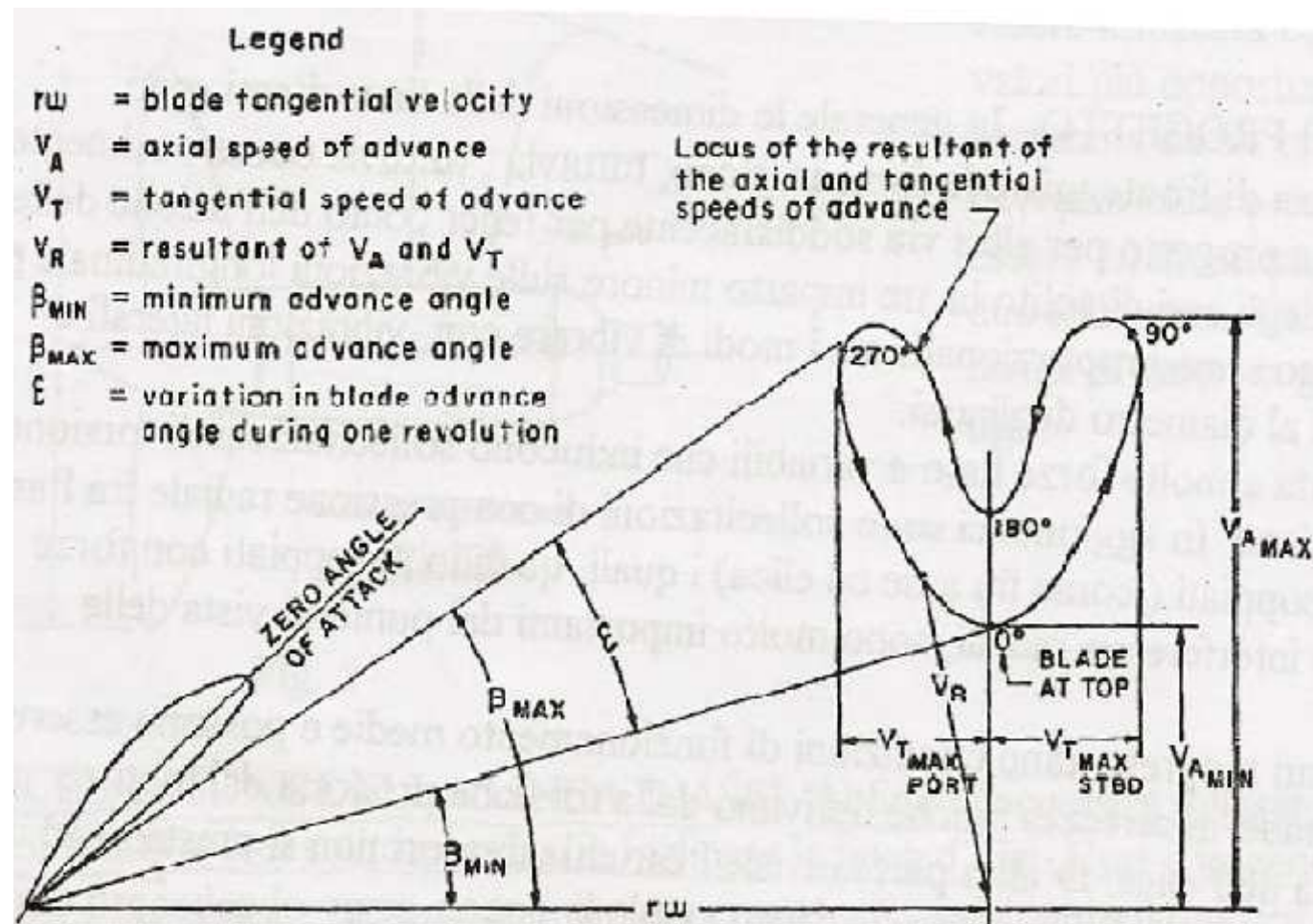
Deformata linea d'asse



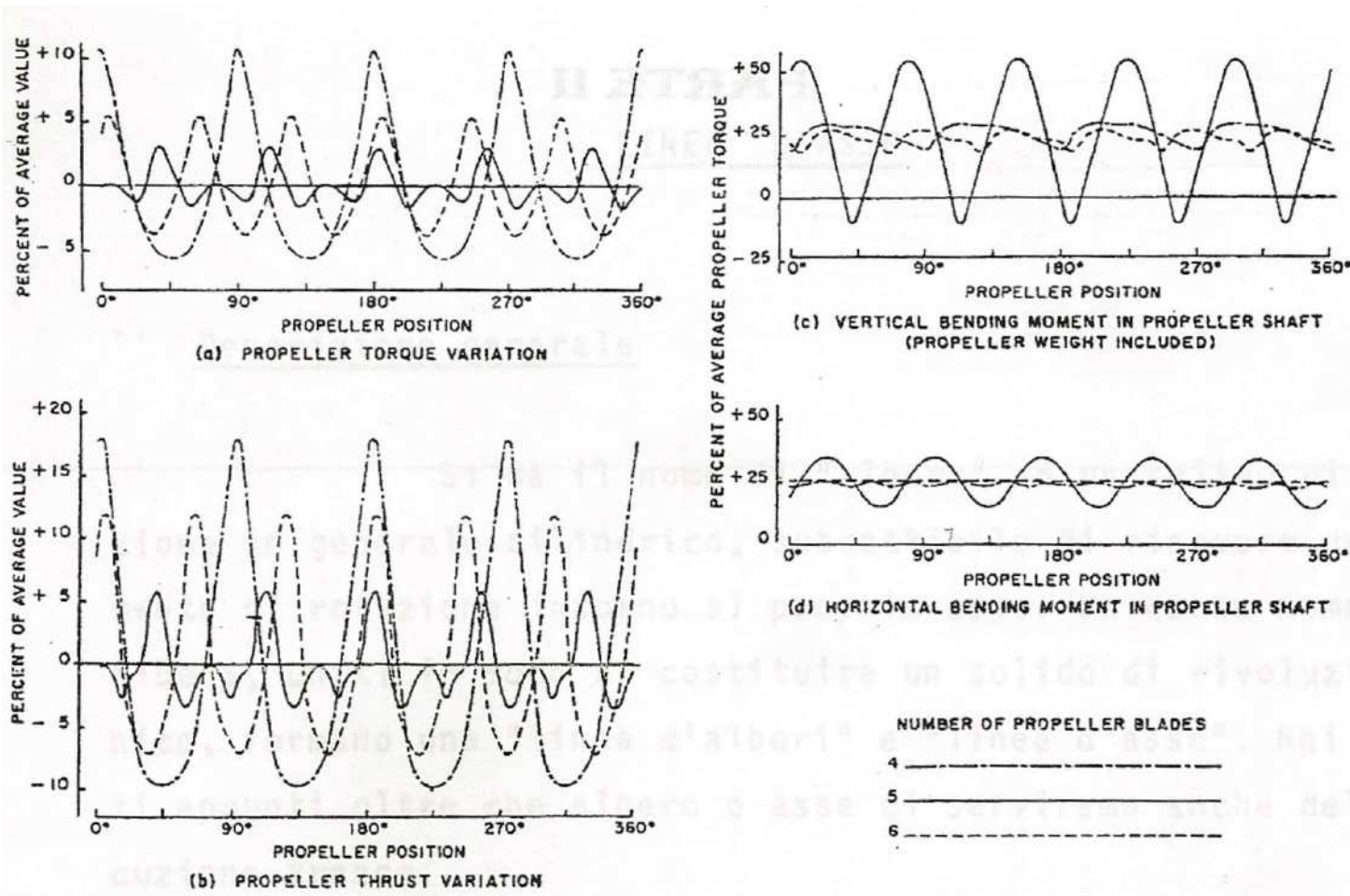
Deformata linea d'asse



Carico generato dall'elica



Carico generato dall'elica



Oscillazioni flessionali

Nella realizzazione di un asse rotante si riscontra sempre un differenza tra l'asse di rotazione e la posizione del baricentro.

Si può semplificare il modello considerando la massa del disco concentrata nel baricentro

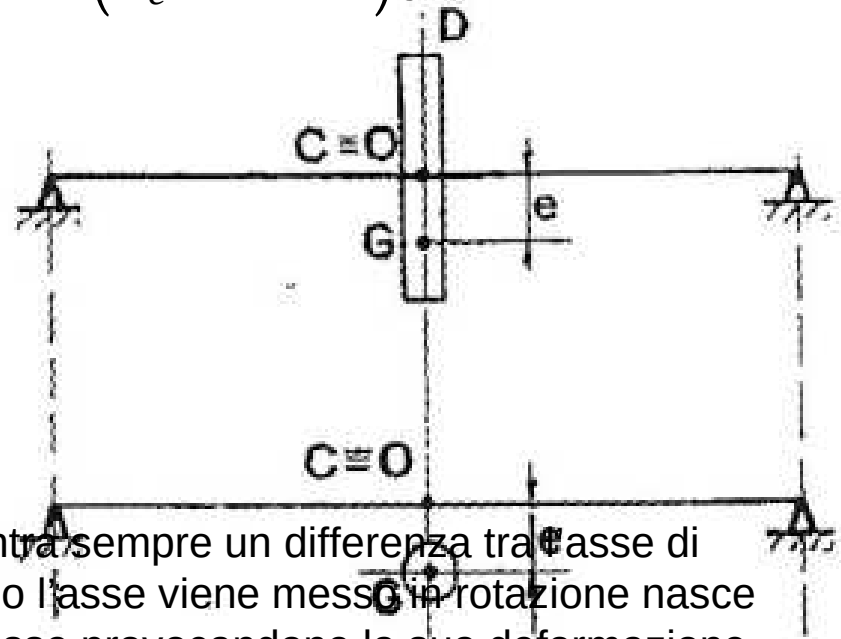
La deformazione genera una reazione elastica che bilancia la forza centrifuga.

$$F_c = F_e \quad m(e + y)\omega^2 = k_e y \quad (k_e - m\omega^2)y = me\omega^2$$

$$y = \frac{me\omega^2}{k_e - m\omega^2} \quad \text{posto} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m}}$$

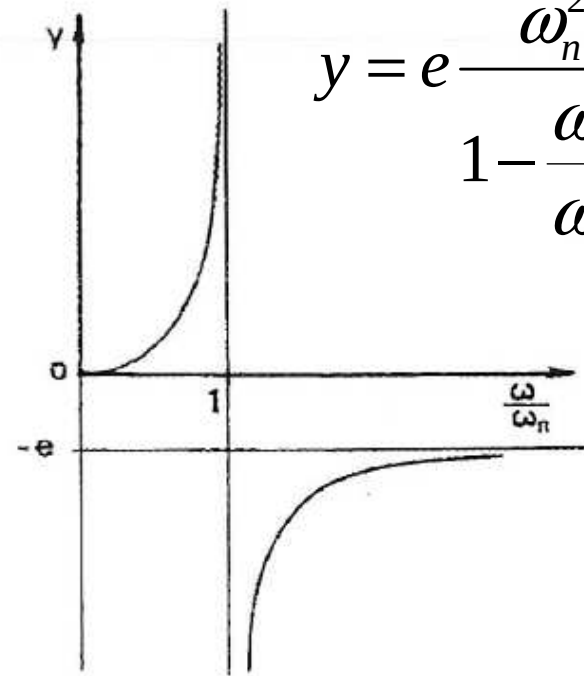
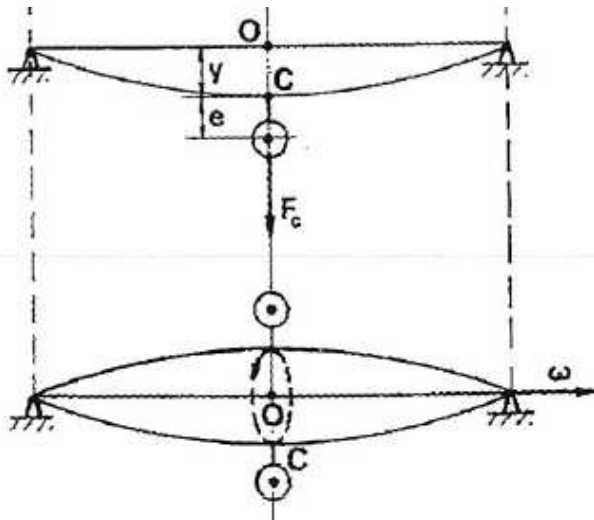
$$y = e \frac{\omega_n^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$

Nella realizzazione di un asse rotante si riscontra sempre un differenza tra l'asse di rotazione e la posizione del baricentro. Quando l'asse viene messo in rotazione nasce una forza centrifuga che tende a sollecitare l'asse provocandone la sua deformazione.



Oscillazioni flessionali

Nella realizzazione di un asse rotante si riscontra sempre una differenza tra l'asse di rotazione e la posizione del baricentro. Quando l'asse viene messo in rotazione nasce una forza centrifuga che tende a sollecitare l'asse provocandone la sua deformazione.

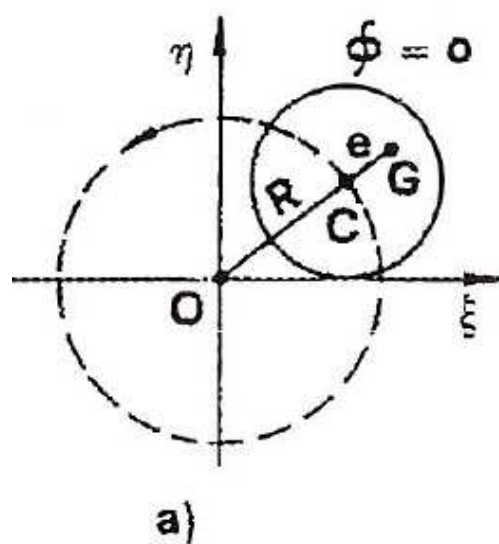


$$y = e \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

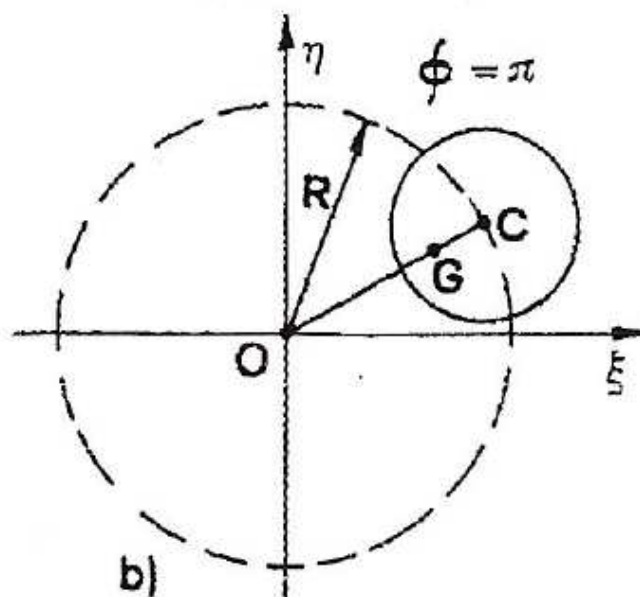
Oscillazioni flessionali

$$\sigma \approx 0$$

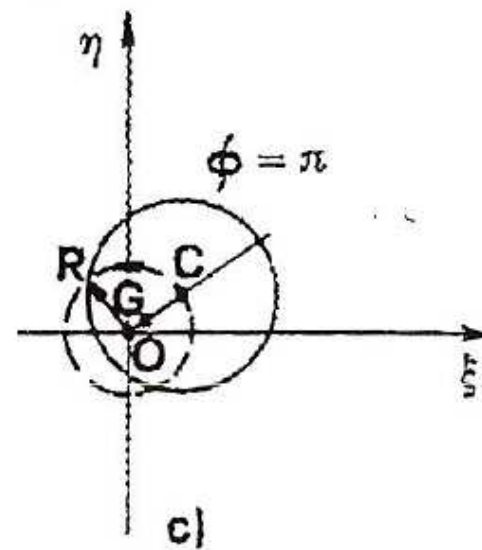
$$\frac{\omega}{\omega_n} < 1$$



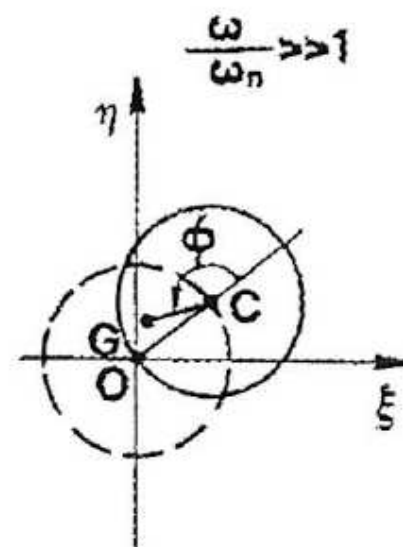
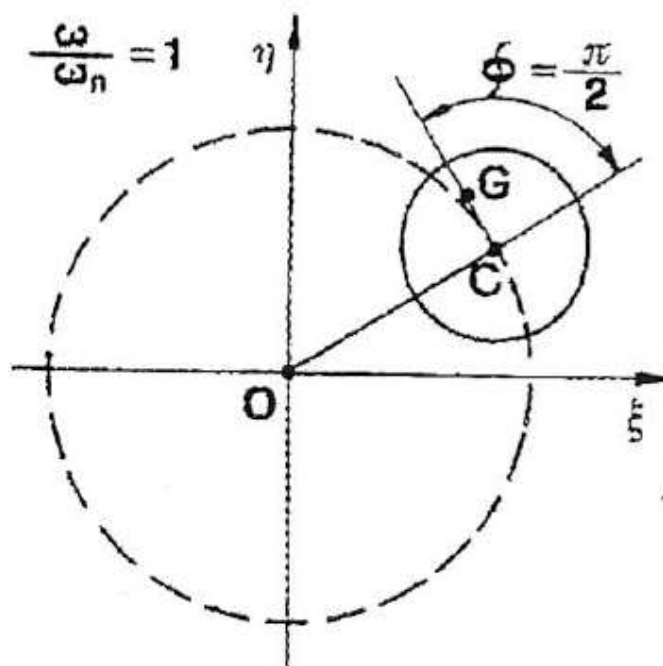
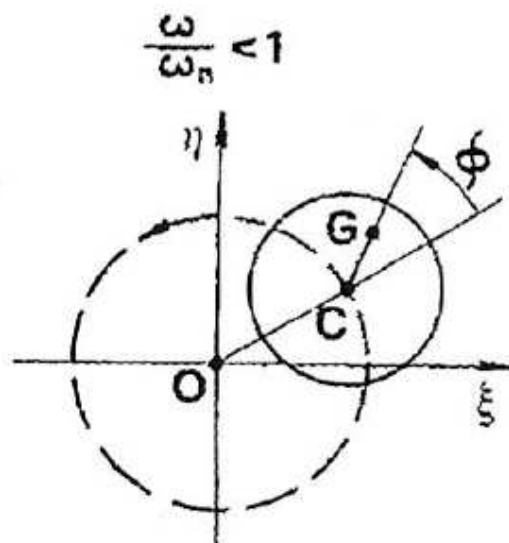
$$\frac{\omega}{\omega_n} > 1$$



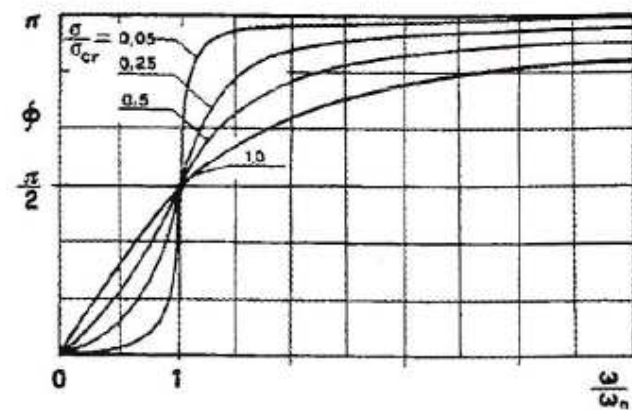
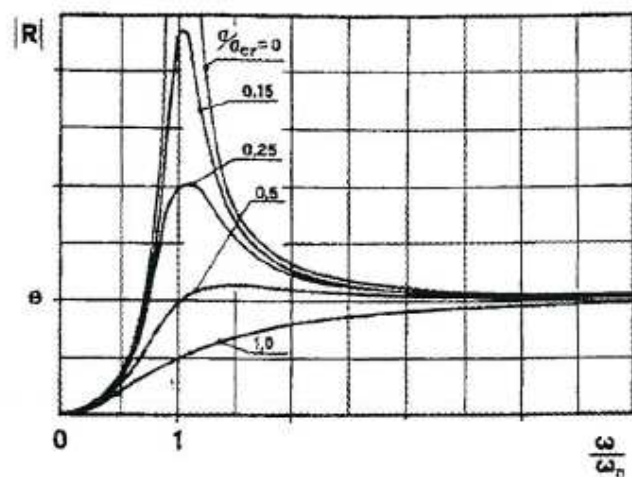
$$\frac{\omega}{\omega_n} \gg 1$$



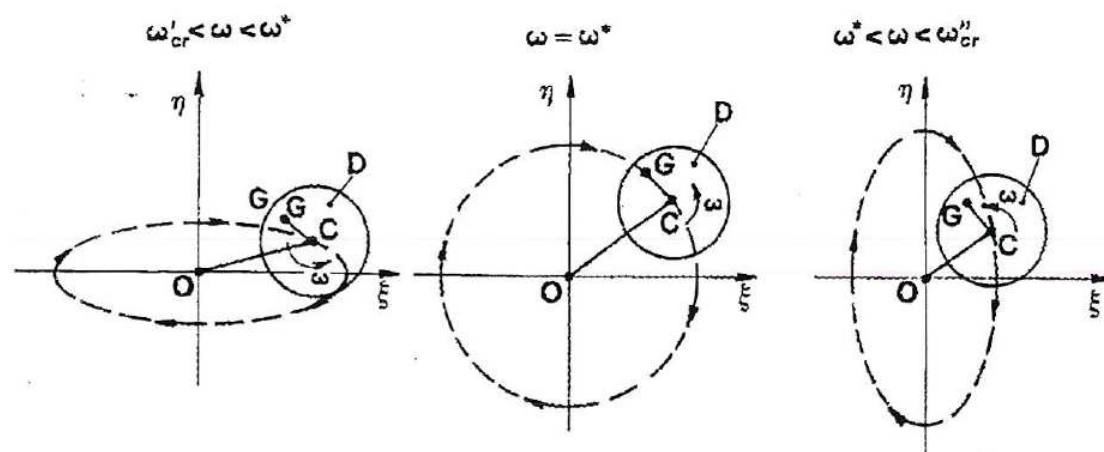
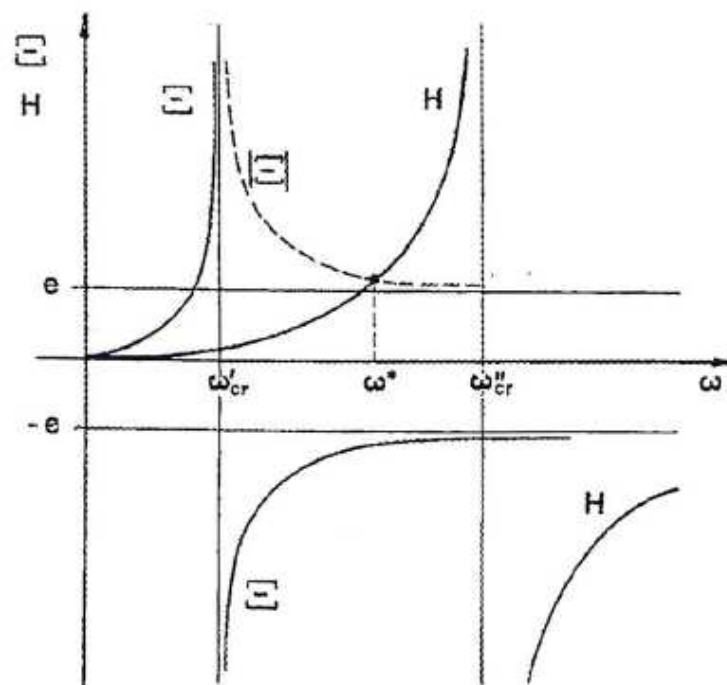
Oscillazioni flessionali



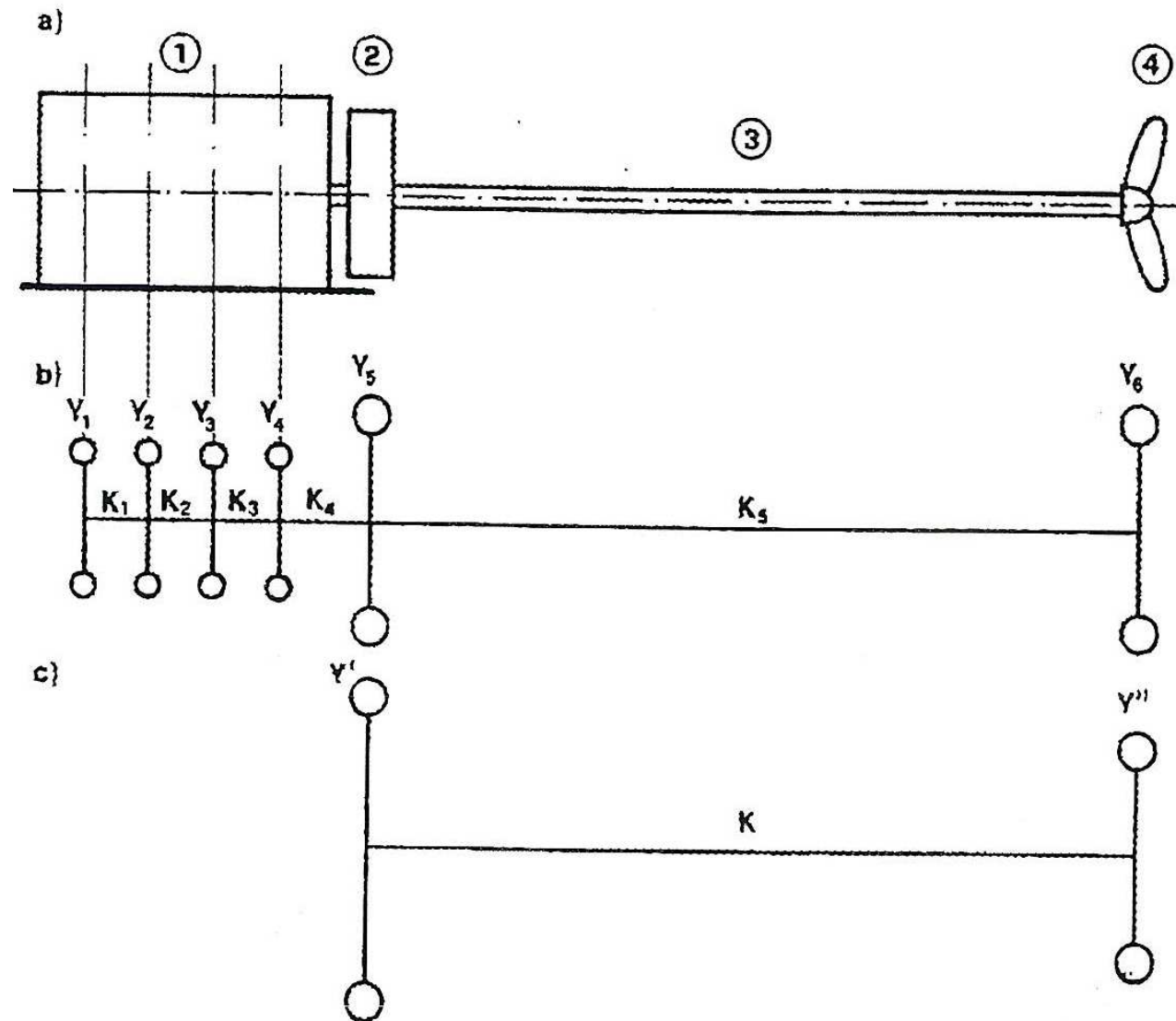
Oscillazioni flessionali



Oscillazioni flessionali



Oscillazioni torsionali



Oscillazioni torsionali

oscillazioni libere

$$J_1 \ddot{\vartheta}_1 + k_{11} \vartheta_1 + k_{12} \vartheta_2 = 0$$

$$J_2 \ddot{\vartheta}_2 + k_{21} \vartheta_1 + k_{22} \vartheta_2 = 0$$

$$\begin{vmatrix} k - J_1 \omega^2 & -k \\ -k & k - J_2 \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$$

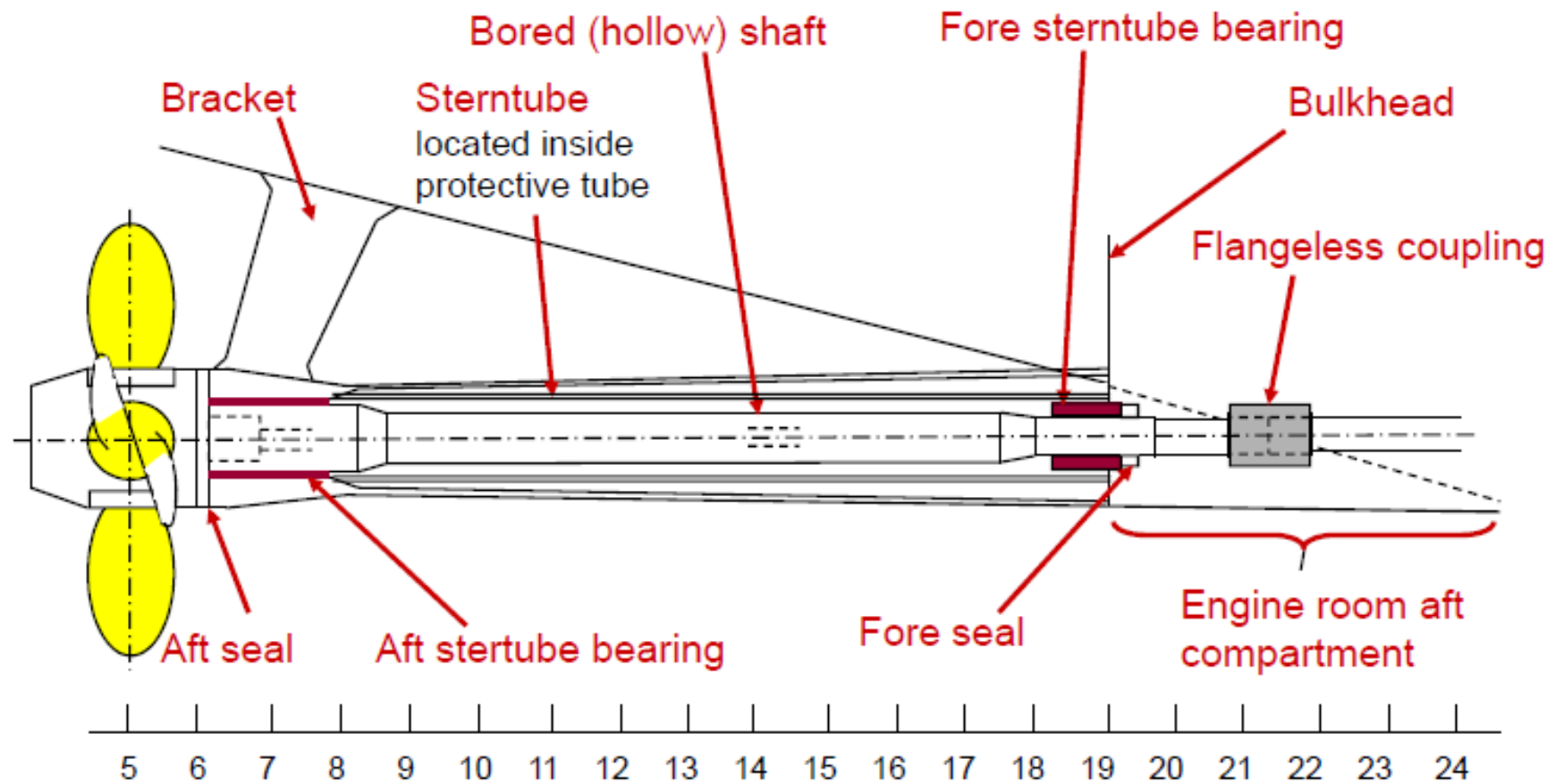
oscillazioni forzate

$$J_1 \ddot{\vartheta}_1 + k(\vartheta_1 - \vartheta_2) = M_0 \cos \omega t$$

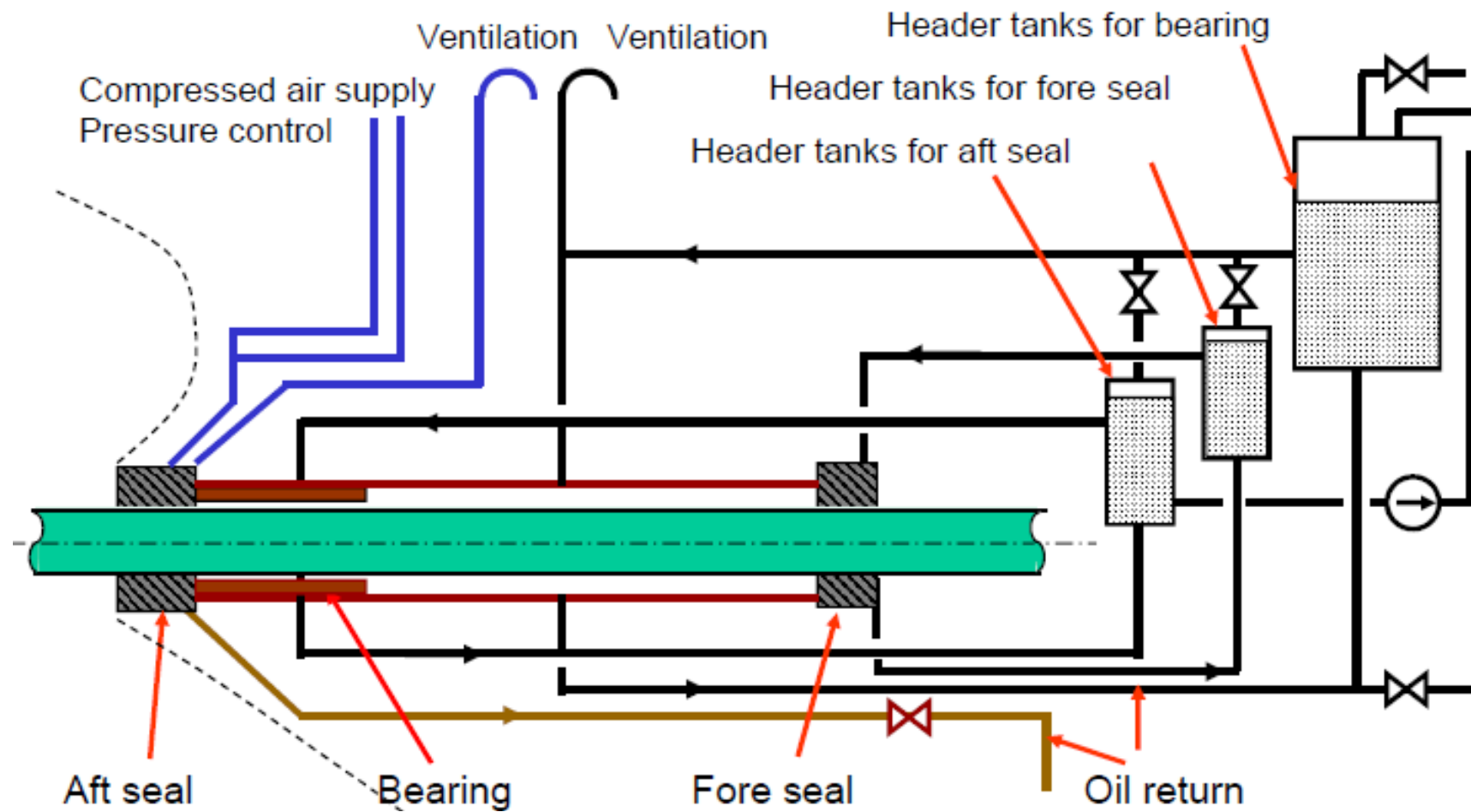
$$J_2 \ddot{\vartheta}_2 + k(\vartheta_2 - \vartheta_1) = 0$$

$$\begin{bmatrix} k - J_1 \omega^2 & -k \\ -k & k - J_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

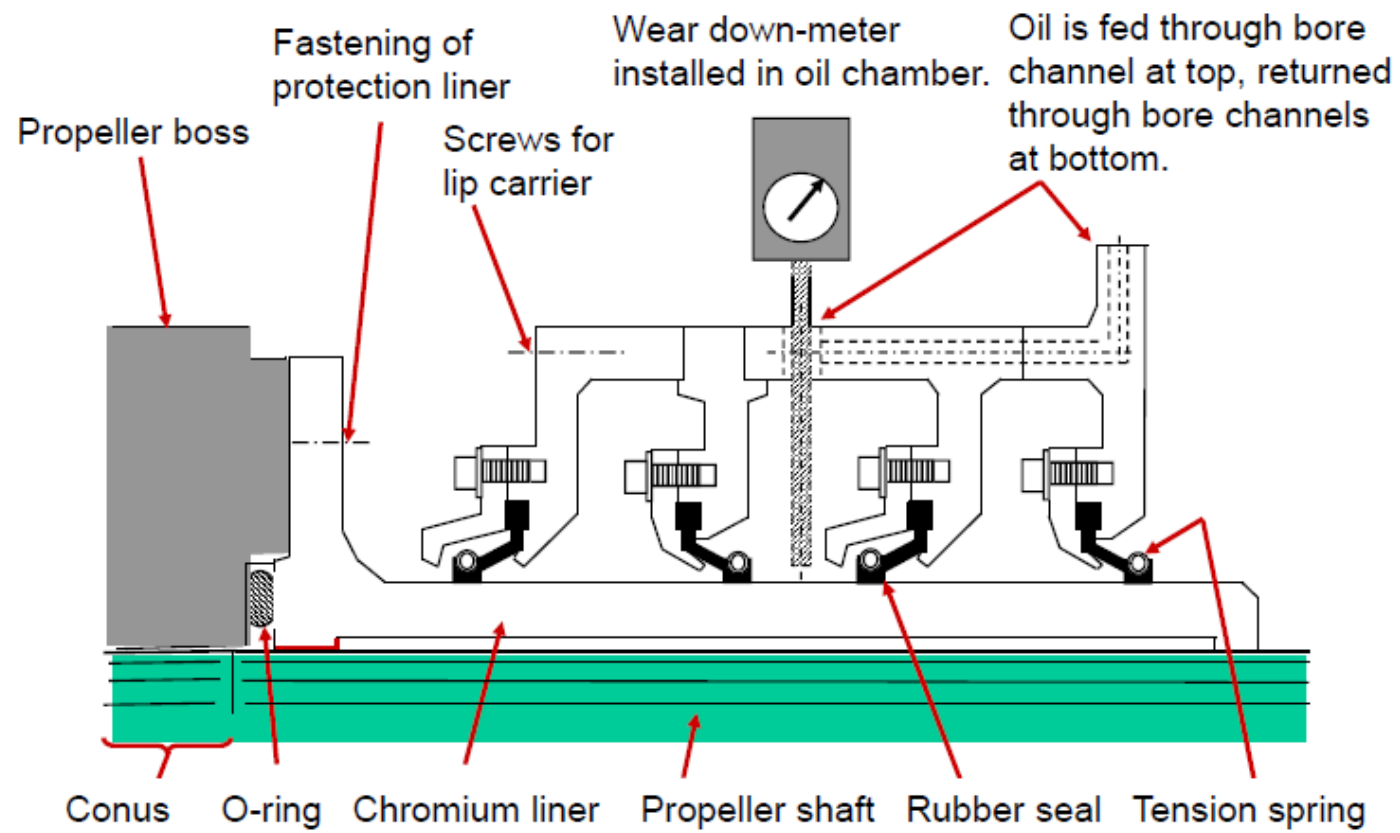
La



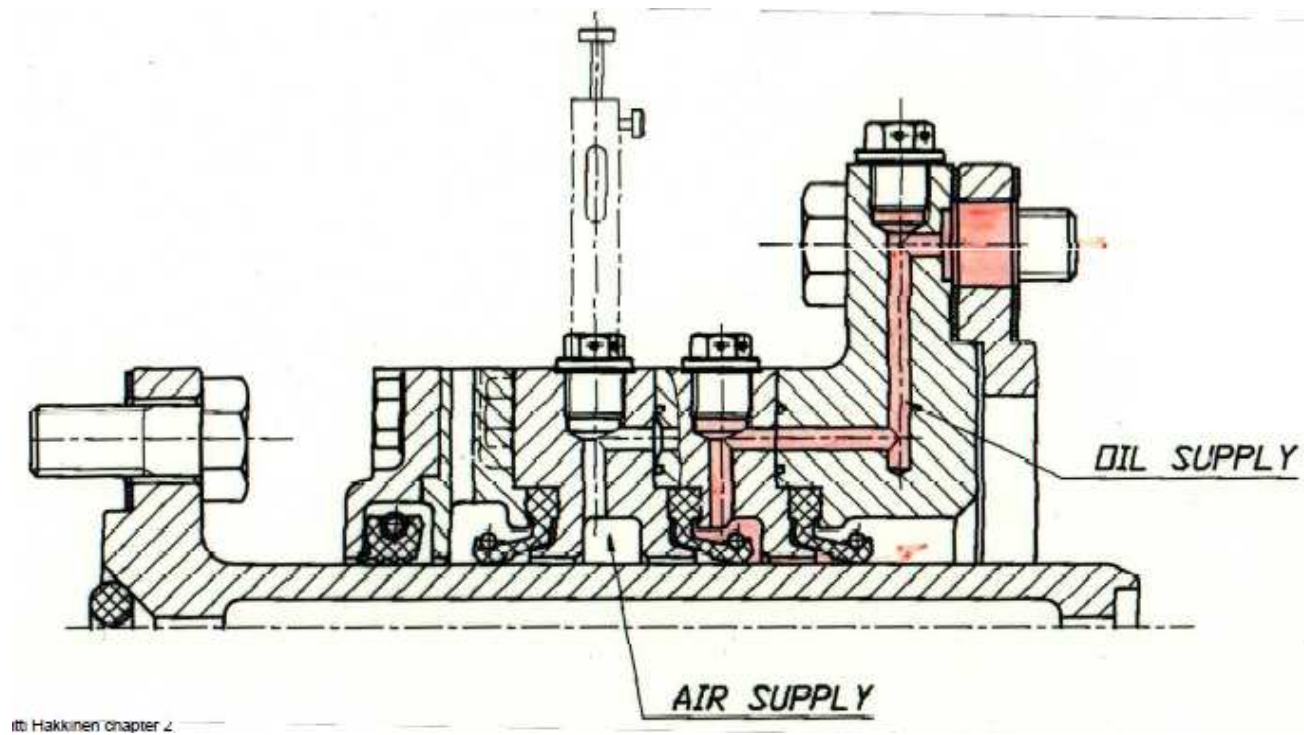
La



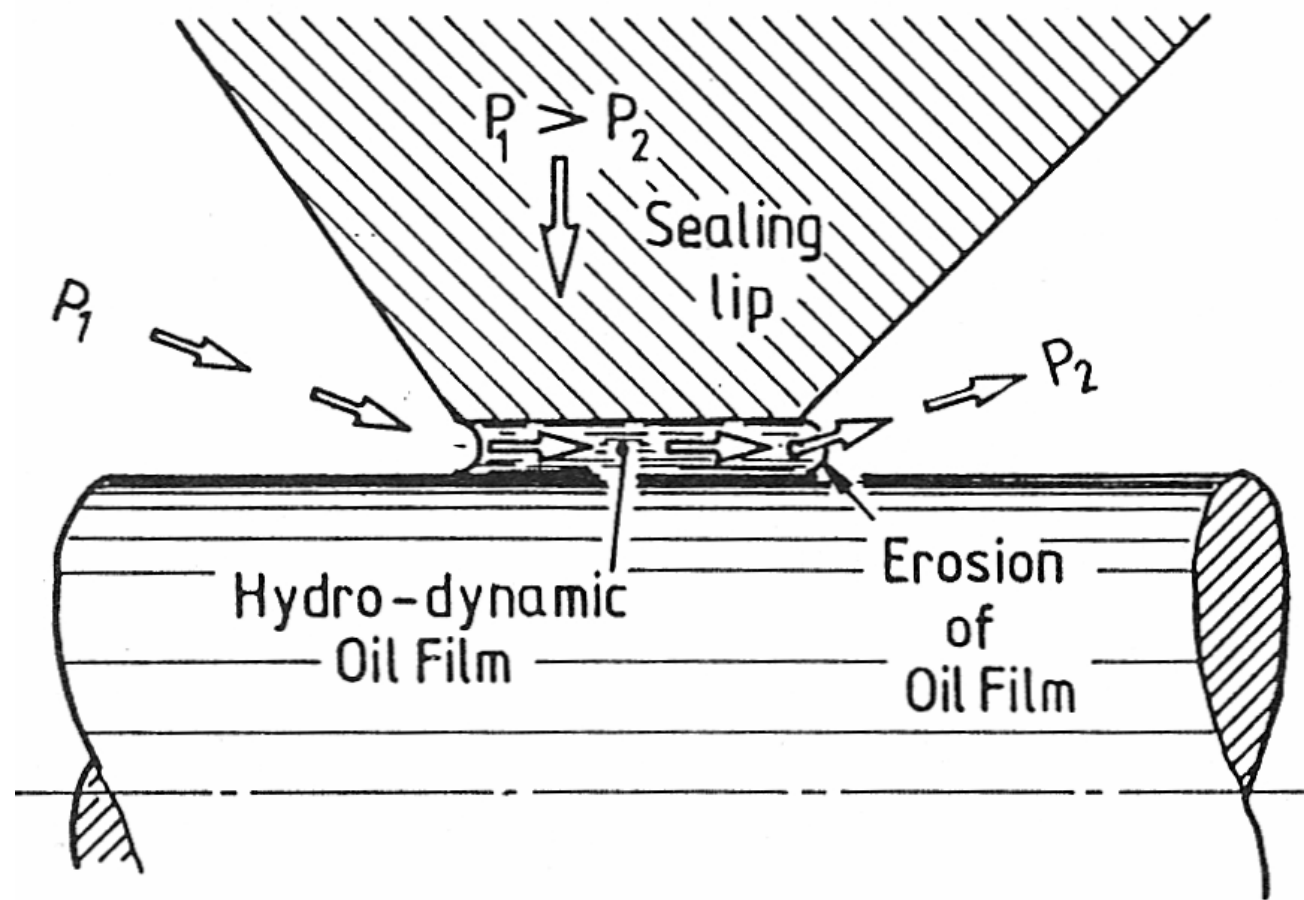
La



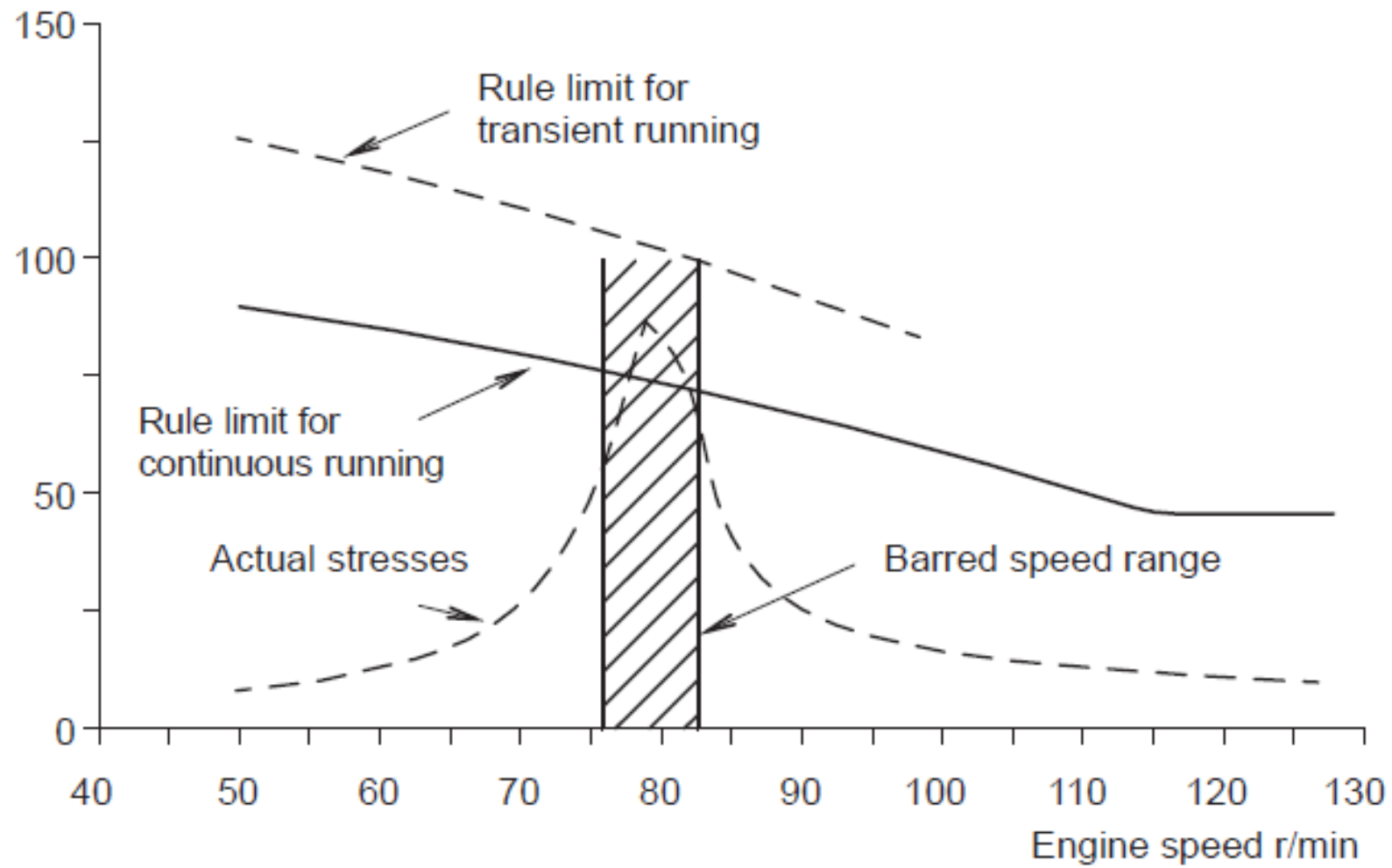
La



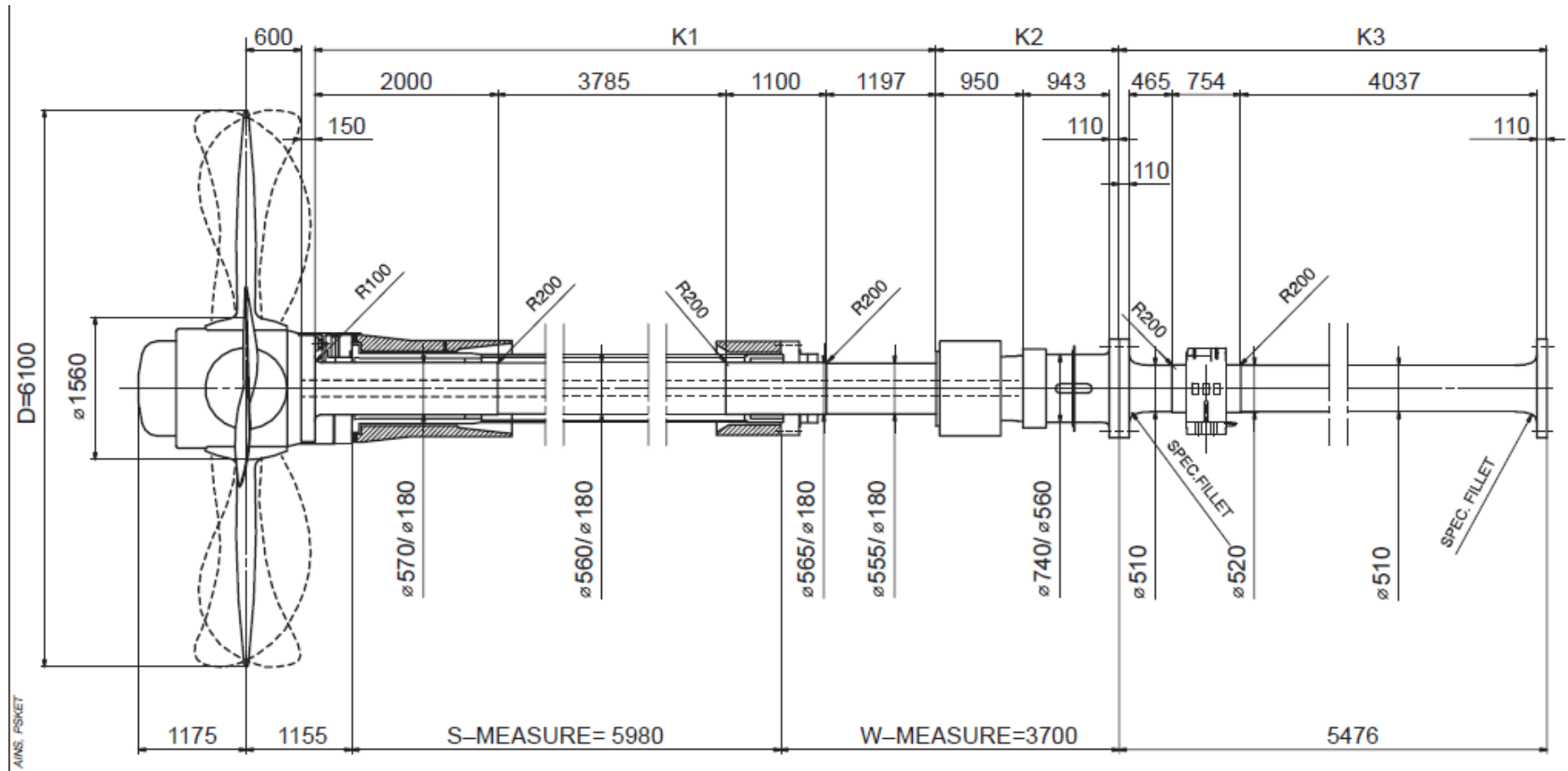
La



L Torsional stress amplitude (N/mm²)



La



La

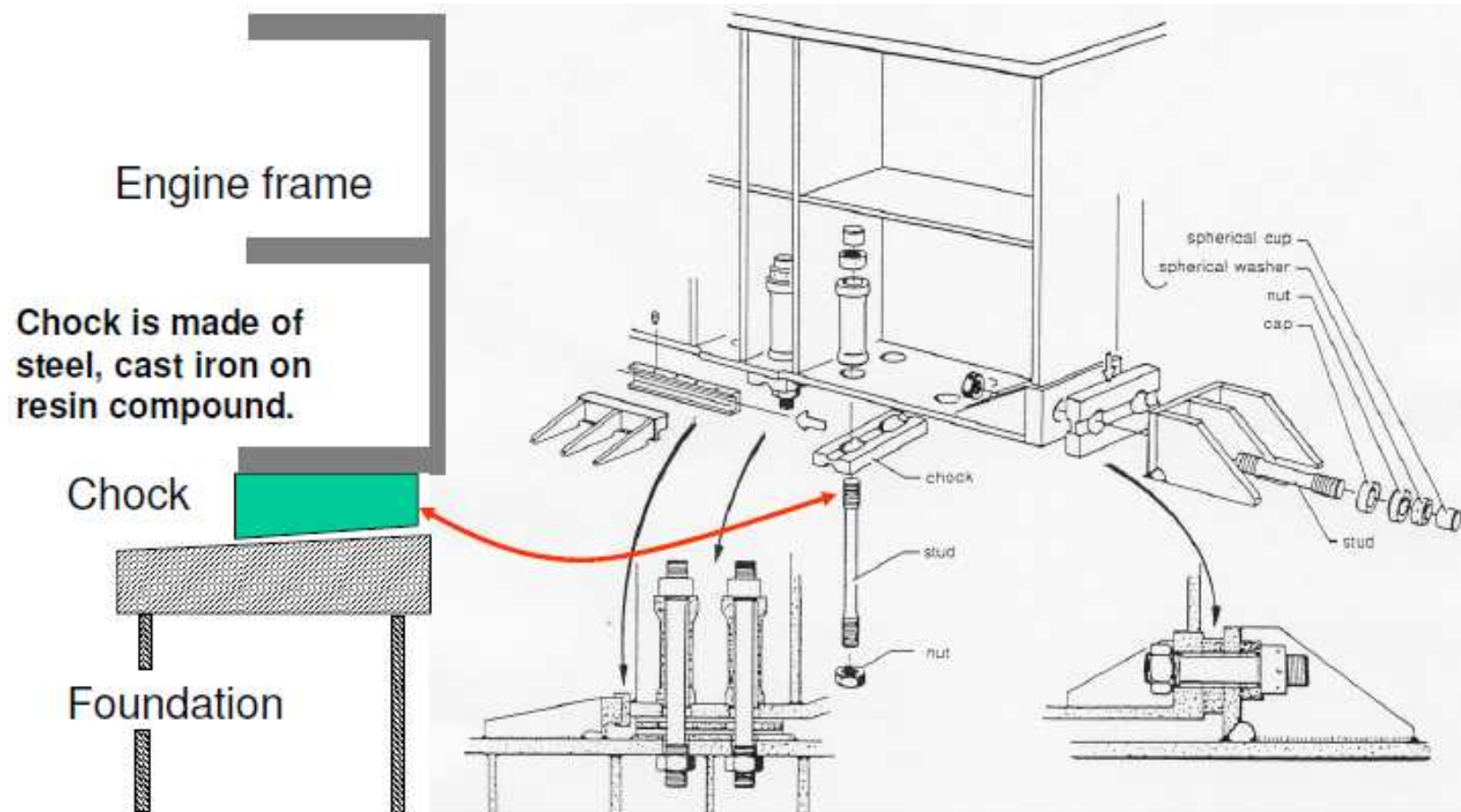
Inertia in air	kgm ²	32900
Inertia in water (full pitch)	kgm ²	39300
Inertia in water (zero pitch)	kgm ²	34500
Number of blades		4
Propeller diameter	mm	6100
Design pitch		0.755
Expanded area ratio		0.48
Propeller weight (hub + blades)	kg	22230

Shaft section	Material	Tensile strength N/mm ²		Yield strength N/mm ²		Torsional stiffness MNm/rad	
Propeller shaft	Forged steel	min	600	min	350	K1	99.0
Servo unit	Forged steel	min	740	min	375	K2	1105.0
Intermediate shaft	Forged steel	min	600	min	350	K3	105.6

La

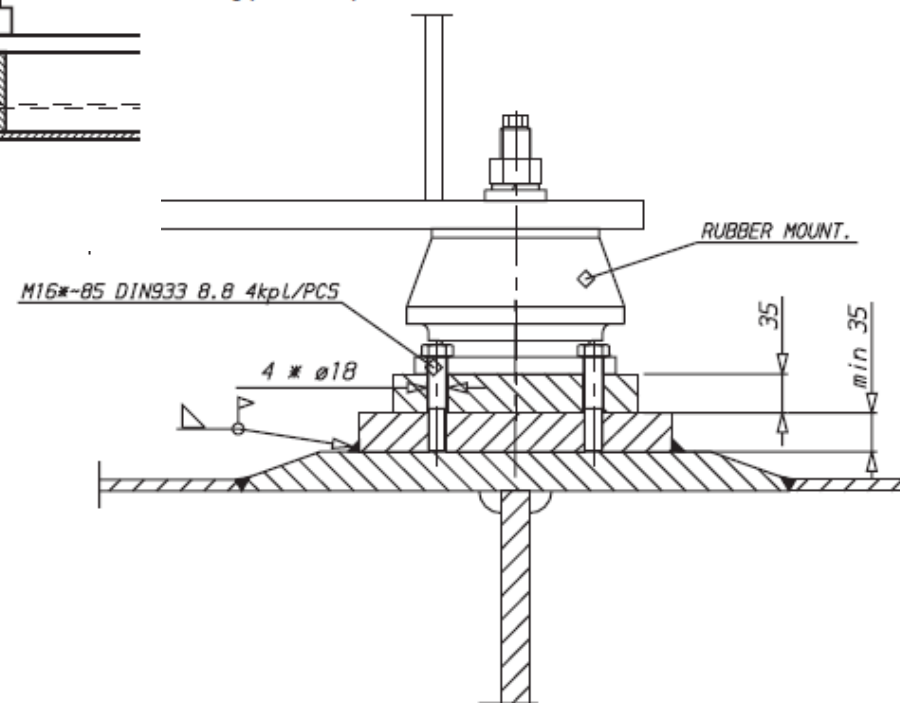
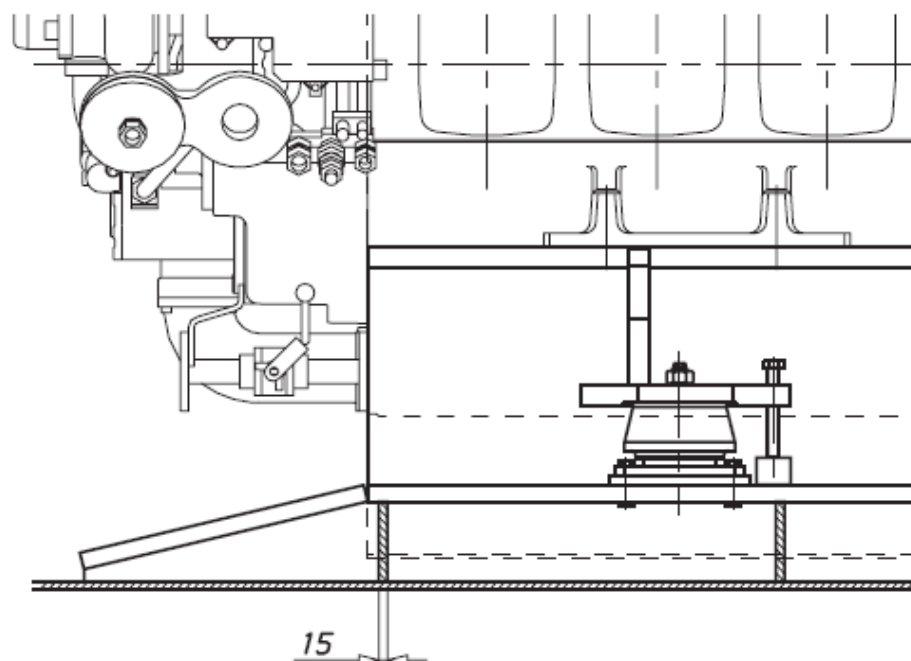


La

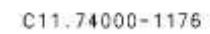


La

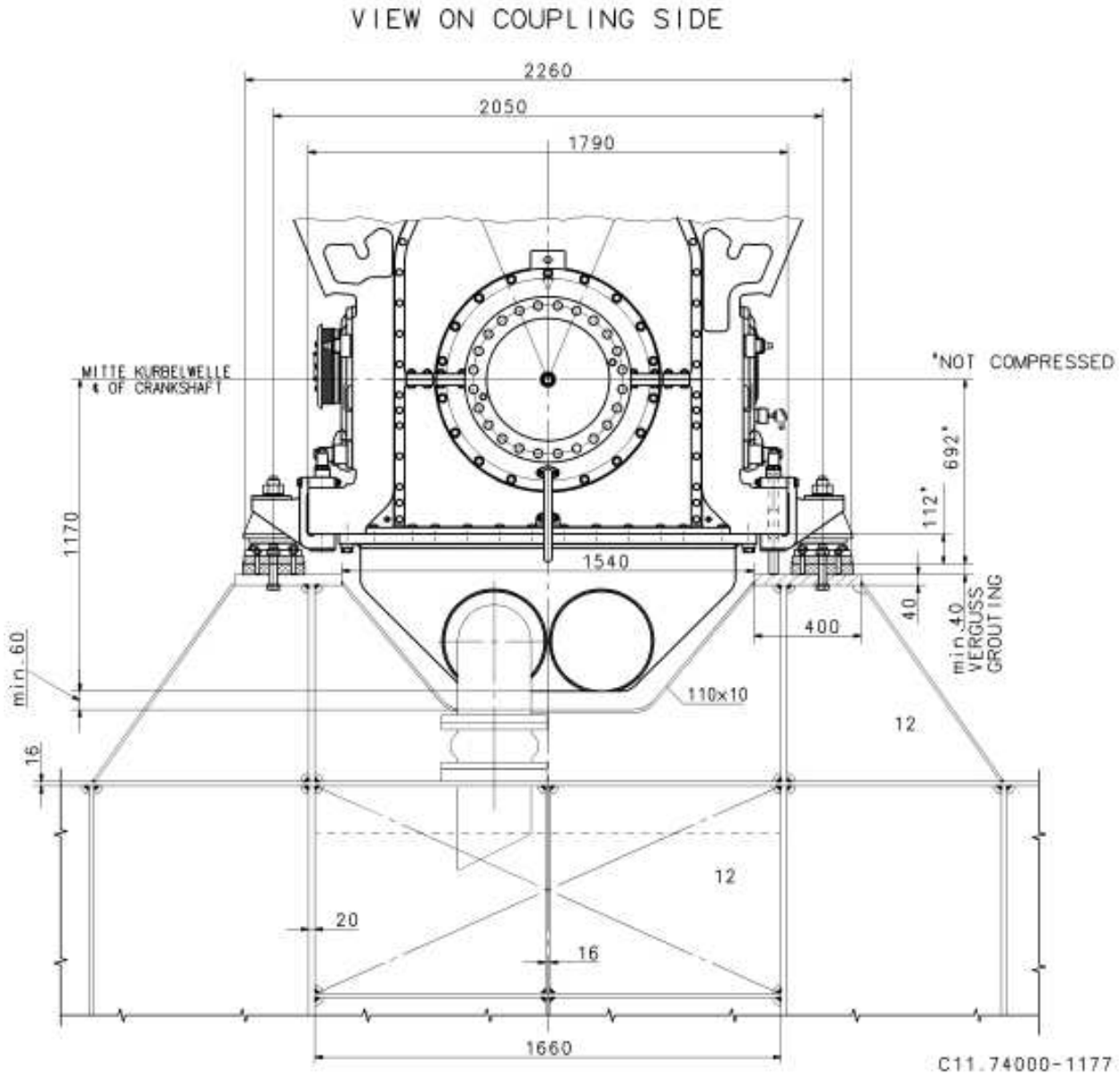




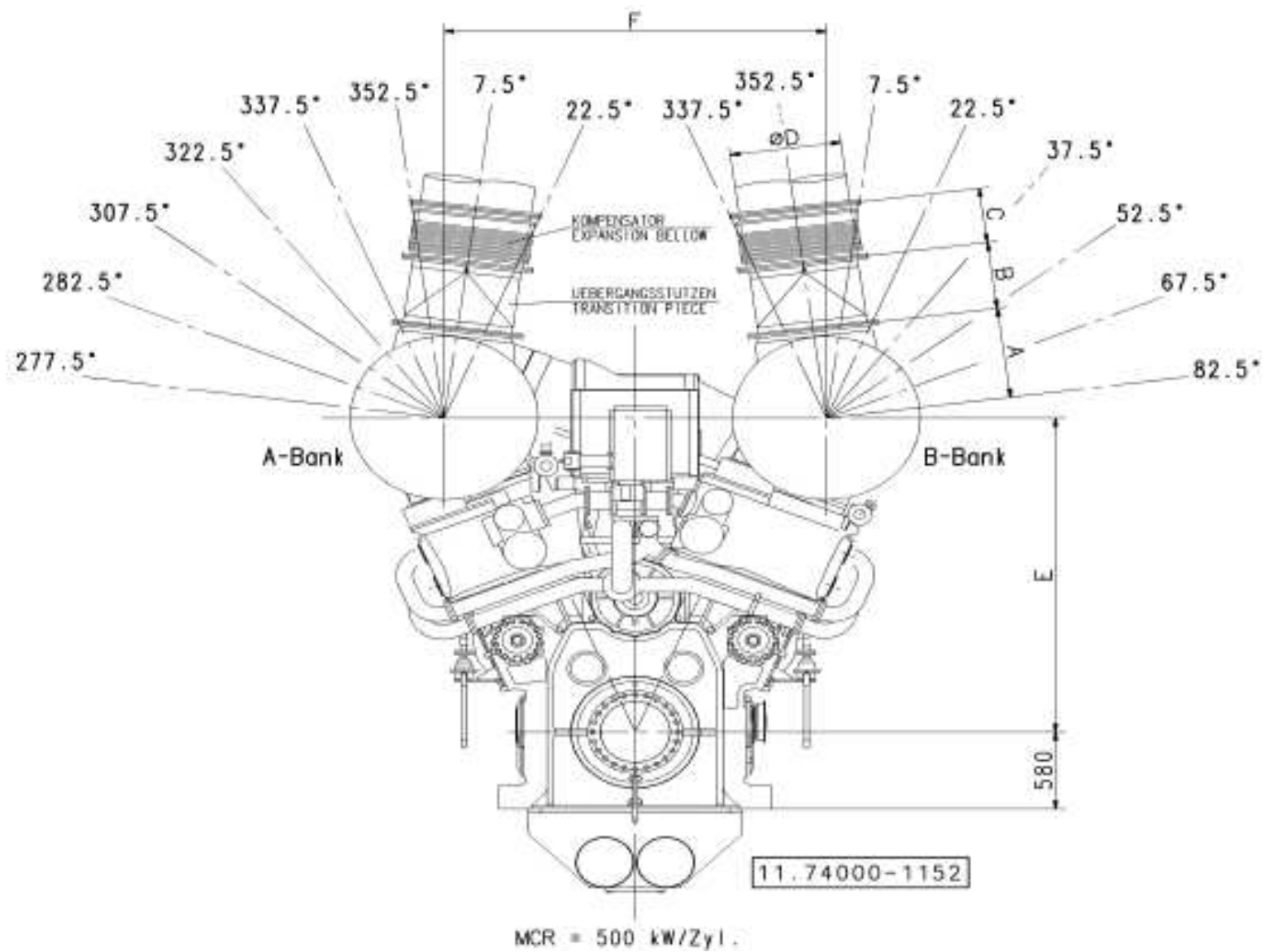
La



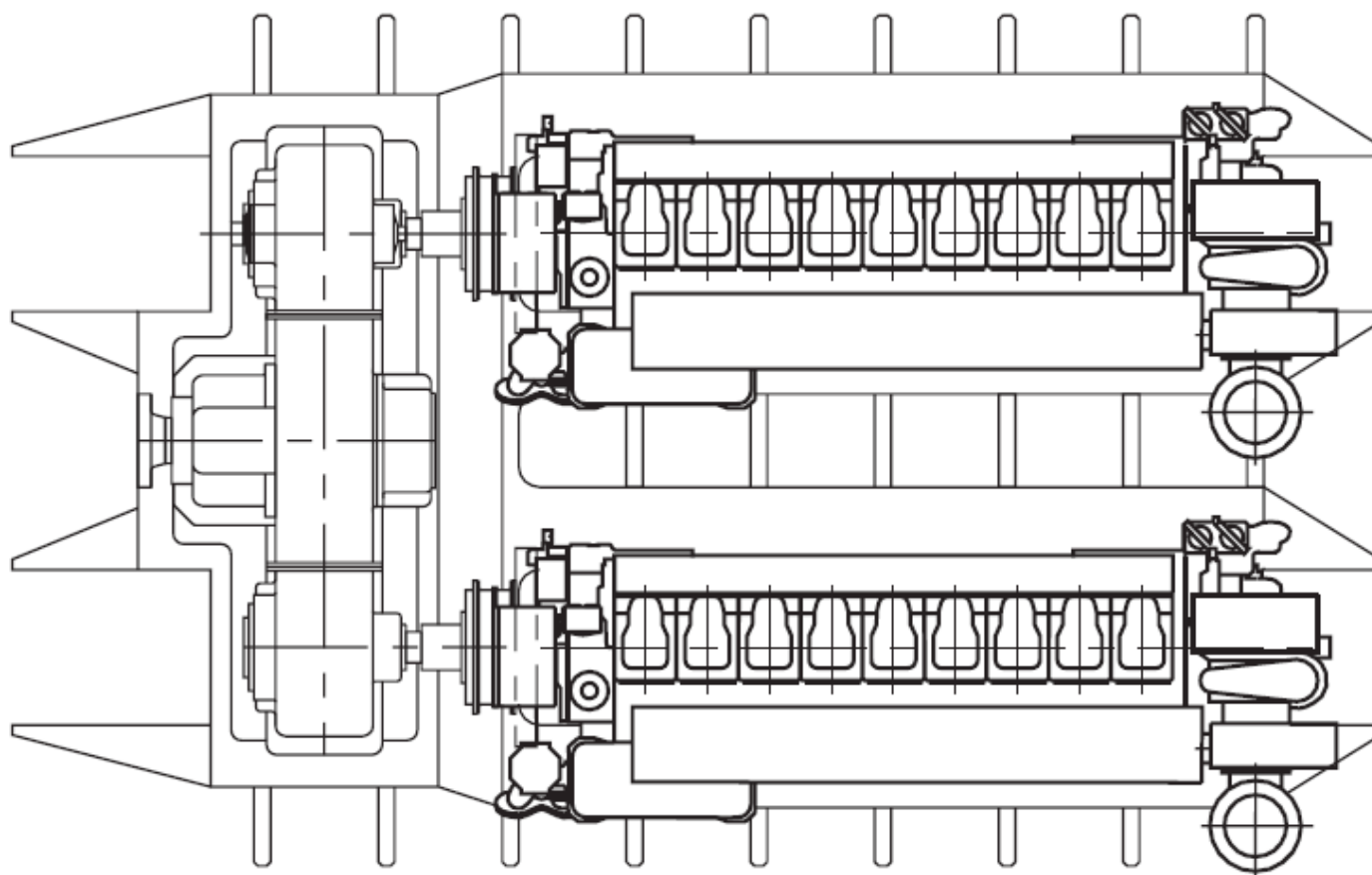
La



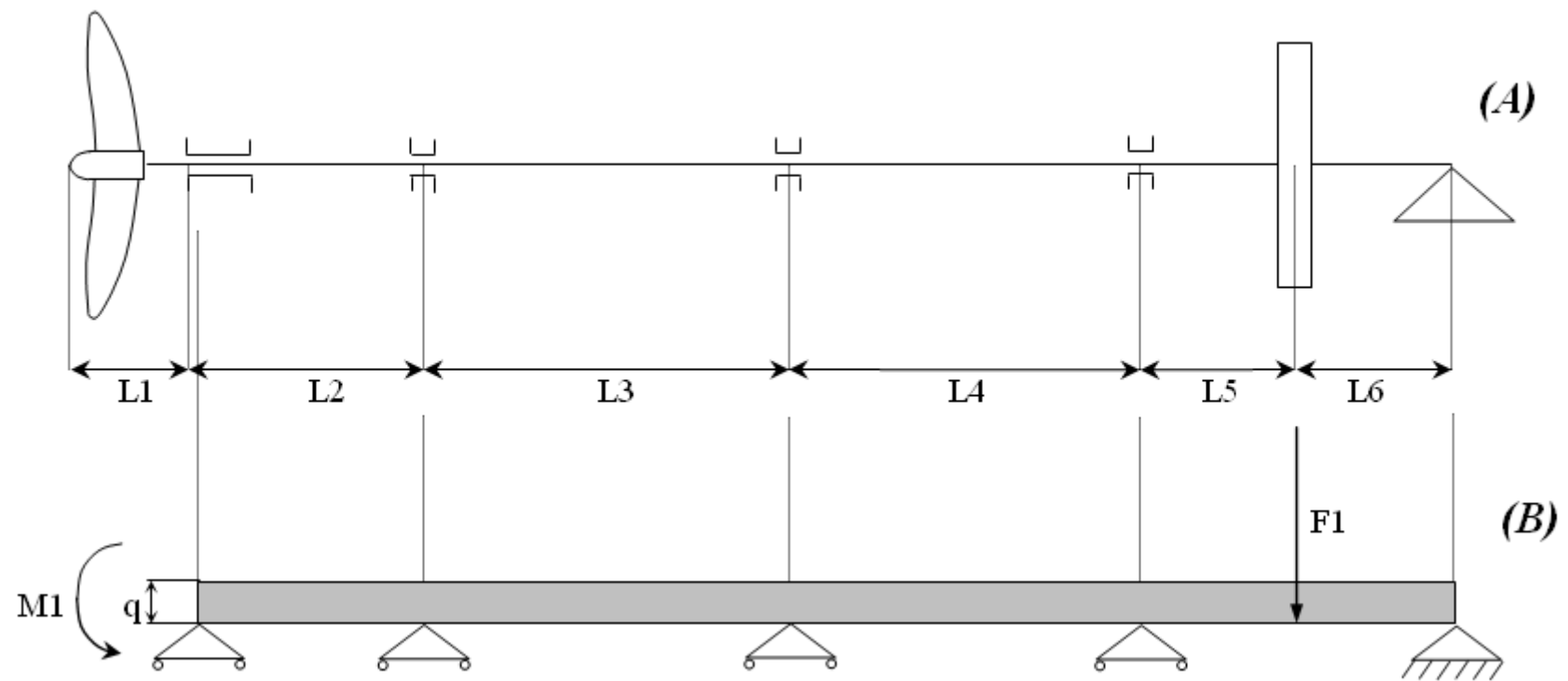
La



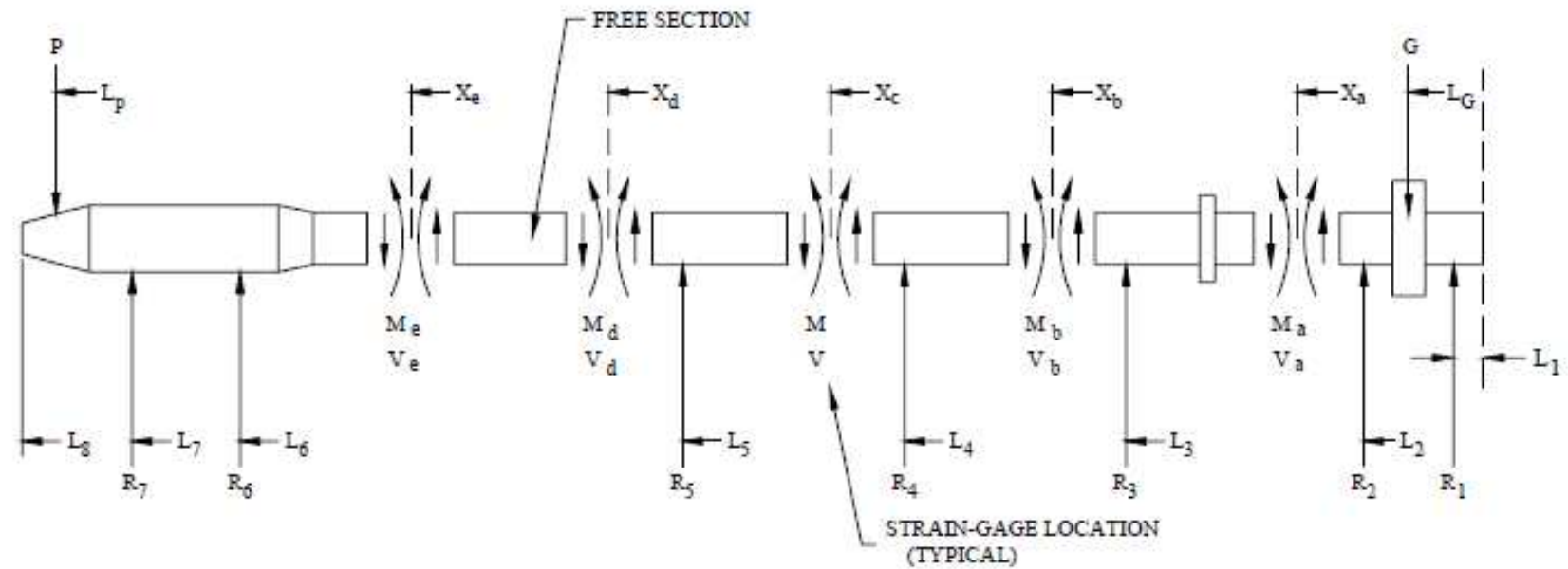
La



La



La



R_n = BEARING REACTION

L_n = DISTANCE FROM SHAFT FORWARD END

X_i = DISTANCE TO STRAIN-GAGE LOCATION

M_i = MOMENT IN SHAFT, $\uparrow$ POSITIVE

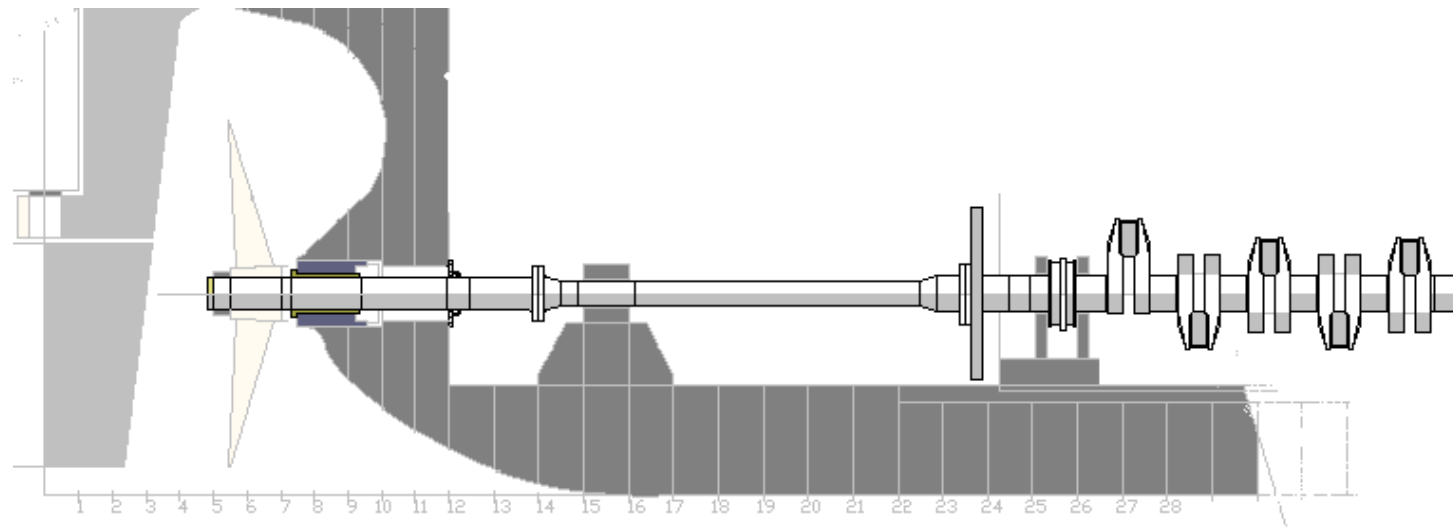
V_i = SHEAR IN SHAFT, $\uparrow$ POSITIVE

P = PROPELLER WEIGHT

G = GEAR WEIGHT

$U(X)$ = SHAFT WEIGHT PER UNIT LENGTH

La



La

