**Corso di Calcolatori Elettronici I**
**A.A. 2011-2012**

# Minimizzazione di funzioni booleane: introduzione

**Lezione 9**

**Prof. Roberto Canonico**

Università degli Studi di Napoli Federico II
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (allievi A-DA)
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

## Ottimizzazione di funzioni combinatorie

Per *ottimizzazione* di una funzione si intende la sua trasformazione, attraverso passi successivi, con lo scopo di ottenere un'espressione equivalente ma migliore rispetto ad una data metrica di valutazione (area occupata, tempo necessario a produrre un dato risultato, potenza o energia assorbita ecc.).

Possibili metriche di area:

- Numero di porte logiche generiche
- Numero di porte logiche a due ingressi
- Numero di implicanti o di implicati
- Numero di letterali

## Costo di una funzione (1/4)

- Il costo in termini di *letterali* $C_L$ è pari al numero delle variabili indipendenti della funzione, ciascuna moltiplicata per il numero di volte che essa compare nella forma.
- Il costo in termini di *funzioni* o *porte* $C_P$ è pari al numero delle funzioni elementari $f_i$ che la compongono, che per reti unilaterali è uguale al numero complessivo di porte adoperate.

## Costo di una funzione (2/4)

- Il costo in termini di *ingressi* $C_I$ è pari al numero delle funzioni $f_i$ che la compongono, ciascuna moltiplicata per le variabili (dipendenti o indipendenti) di cui è funzione. Per reti unilaterali tale costo equivale al numero complessivo di porte adoperate, ciascuna pesata per il numero di ingressi (fan-in).

***Esempio***

- f=b(!a+c+d) $\mathbf{C_L}$=4 $\mathbf{C_P}$=2 $\mathbf{C_I}$=5
- f=bc(a!d+!b+c)+!c(d+!a)(b+c) $\mathbf{C_L}$=11 $\mathbf{C_P}$=7 $\mathbf{C_I}$=17

## Costo di una funzione (3/4)

F3=AB+C(D+E)
F3=AB+CD+CE

costo ingressi=8 per (a) e 9 per (b)

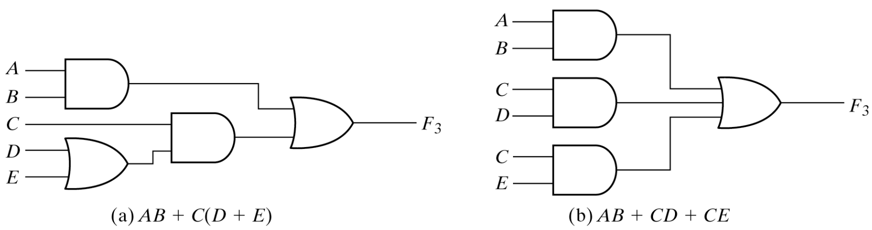


Fig. 2-4 Three- and Two-Level implementation

## Costo di una funzione (4/4)

G=ABCD +!A!B!C!D (i)
G=(!A+B)(!B+C)(!C+D)(!D+A) (ii)

- Costo letterali (i) e (ii) è pari a 8 ma la forma (ii) occupa una maggiore area
- Costo ingressi è pari a 8+2=10 per (i)
- Costo ingressi è pari a 8+4=12 per (ii)

# Funzioni di costo: esempio

$$f = bc(a\overline{d} + \overline{b} + c) + \overline{c}(d + \overline{a})(b + c)$$

| | |
|---|---|
| **Costo di letterali (CL)** | **11** |
| **Costo di funzioni o di porte (CP)** | **7** |
| **Costo di ingressi (CI)** | **17** |

# Ottimizzazione di funzioni combinatorie: espansione (1/3)

I metodi di ottimizzazione delle funzioni combinatorie sono basati sull'applicazione delle proprietà dell' Algebra di Boole:

- Assorbimento:

  P1+P2 = xP + !xP = (x+!x)P = P *in tal caso si dice che P1 e P2 generano **consenso***

- Idempotenza:

  P+P=P

Esse consentono di semplificare l'espressione di una funzione a partire dalla sua rappresentazione in forma canonica, che ne assicura la copertura in termini di somma di mintermini (o prodotto di maxtermini).

## Ottimizzazione di funzioni combinatorie: espansione (2/3)

- L'applicazione delle proprietà di assorbimento ed idempotenza è alla base del processo di espansione, volto a trasformare l'espressione algebrica di una funzione in modo da costruire termini prodotto (o somma) costituiti dal minor numero possibile di letterali.

- Si introduce così il concetto di implicante, ossia un prodotto (o una somma) di letterali risultante dal processo di espansione, che assorbe più mintermini (maxtermini) semplificando la copertura di una funzione.

## Ottimizzazione di funzioni combinatorie: espansione (3/3)

- Applicando ripetutamente il processo di espansione ad una funzione è possibile determinare un insieme di implicanti primi, ossia non ulteriormente semplificabili, candidati a far parte della copertura ottima della funzione.

- Fra gli implicanti primi è possibile estrarre un set di implicanti primi essenziali, necessari alla copertura poiché sono gli unici a coprire qualche “uno” della funzione; la copertura ottima conterrà dunque tali implicanti essenziali più un sottoinsieme degli implicanti primi rimanenti, scelti secondo un criterio di costo.