Corso di Calcolatori Elettronici I
A.A. 2012-2013

Informazione e sua rappresentazione: codifica

Prof. Roberto Canonico

Università degli Studi di Napoli Federico II
Dipartimento di Ingegneria Elettrica e delle Tecnologie dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (allievi A-DA)
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

Il concetto di informazione

- Qualunque informazione è definita tramite tre caratteristiche fondamentali:
  1. **Valore**
     - indica il particolare elemento assunto dall'informazione
  2. **Tipo**
     - indica l'insieme degli elementi entro cui è stato scelto il valore attribuito all'informazione
  3. **Attributo**
     - indica il significato associato all'informazione nel contesto in cui questa viene utilizzata
- Si ottiene un'informazione completa quando un attributo assume un valore di un determinato tipo
- Fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme definito di oggetti

Informazione: esempio

- **Attributo**:
  Soluzione dell'equazione di primo grado
- **Valore:**
  3,45
- **Tipo**:
  Numeri reali

Differenza tra valore e rappresentazione del valore

- Non confondere il valore dell'informazione (*elemento di un insieme*) con la sua rappresentazione

• 3	III	tre
• padre	pere	father
• 0.1	1/10	1*10E(-1)

Tipi

- Semplici
  - I valori sono entità atomiche
    - Es: tipo reale `float f;`

- Strutturati
  - I valori sono aggregati di informazioni più semplici
    - Es: Dati Anagrafici

```
struct persona {
        char    name[SIZENAME];
        char    tfnumb[SIZETELE];
        char    addr[SIZEADDR];
        struct persona *ptrnext;
};
```

Cardinalità di un tipo

• Ogni tipo ha una propria cardinalità *N* che è pari al numero di elementi che compongono il tipo

• La ***cardinalità*** esprime il numero di elementi tra cui scegliere; essa può essere usata per misurare la quantità di informazione

• Una scelta fra valori di un tipo di cardinalità *N* é più complessa di una scelta fra valori di un tipo di cardinalità *M*, se *N*>*M*

– il tipo di cardinalità *N* ha una quantità di informazione maggiore

Il bit

- L'informazione più elementare è legata alla scelta tra due oggetti
- Un'informazione il cui tipo ha cardinalità 2 è detta un ***bit (binary digit)***
- Il valore di un tipo di cardinalità N può essere rappresentato come un insieme ordinato di k bit

$$2^k \geq N \qquad k = \lceil \log_2 N \rceil$$

  - il simbolo $\lceil\ \rceil$ indica la funzione *ceiling* che restituisce il primo intero maggiore o uguale all'argomento
- Nei calcolatori elettronici le informazioni sono rappresentate come stringhe di bit

Il bit come unità di informazione

- E' possibile stabilire per una informazione il cui tipo sia a cardinalità N a quanti bit equivale la quantità di informazione ad essa associata
- Il problema può essere posto in questi termini:

  a quante scelte fra 2 equivale una scelta fra N?

Esempi

- Tipo: **ColoreSem{verde,rosso,giallo}** cardinalità=**3**
- A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **B=$\lceil \log_2 3 \rceil$ =2** ($3<2^2$)

- Tipo: **Cifre{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}** cardinalità=**10**
- A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **B=$\lceil \log_2 10 \rceil$ =4** ($10<2^4$)

- Tipo: **Mesi{gen,feb,mar,apr,mag,giu,lug,ago,set,ott,nov,dic}** cardinalità=**12**
- A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **B=$\lceil \log_2 12 \rceil$ =4** ($12<2^4$)

Memorizzazione dell'informazione

- Un calcolatore opera su DATI, cioè sulla rappresentazione mediante codifica del valore dell'informazione
- Tale rappresentazione è memorizzata in organi di memoria, i REGISTRI, che possono assumere un numero **finito** di configurazioni distinte
- La cella elementare di memoria è un elemento fisico bi-stabile detto flip-flop, atto a memorizzare il valore di un bit di informazione

Codifica delle informazioni

- *Rappresentazione* del valore di una informazione di tipo $D = (x_1,\ldots,x_N)$ (*alfabeto origine*) mediante stringhe di simboli di un tipo $R = (a_1,\ldots,a_k)$ (*alfabeto codice*)
- Funzione *iniettiva* dall'insieme D all'insieme $C = R^l$

$$c : D \rightarrow C = R^l = R \times R \times \ldots \times R$$

$$|R^l| \geq |D|$$

- Tabella Codice: tabella che associa a ciascun elemento $x_i \in D$ una stringa di lunghezza l_i di elementi di R, detta *parola codice*

Codifica a lunghezza fissa

- $l_i = l$ = costante per tutti gli elementi di D
- Per codificare un tipo di cardinalità N mediante un alfabeto di k simboli è necessaria una stringa di lunghezza l tale che sia possibile far corrispondere a ciascun elemento $x_i \in D$ una distinta tra le k^l disposizioni con ripetizione dei k simboli di R sugli l posti della stringa

$$\mathbf{k^l \geq N} \qquad \text{da cui} \qquad \mathbf{l \geq \lceil \log_k N \rceil}$$

- Se $l = m = \lceil \log_k N \rceil$ il codice si dice *a lunghezza minima*

Codici completi ed incompleti

- se **l = m = $\log_k$ N, con N potenza di k**,
  il codice viene detto ***completo***
- se **l = m** (codice a lunghezza minima)
  ma N non è potenza di k,
  il codice viene detto ***incompleto***
- la differenza **k^m - N** fornisce il numero di parole codice non assegnate, cioè non associate ad alcun elemento dell'alfabeto origine
- Se k = 2 ed N = 65, allora m = 7
  di tutte le potenziali 2^7 = 128 stringhe di 7 bit, solo 65 sono parole codice e le rimanenti 128-65 = 63 sono non assegnate

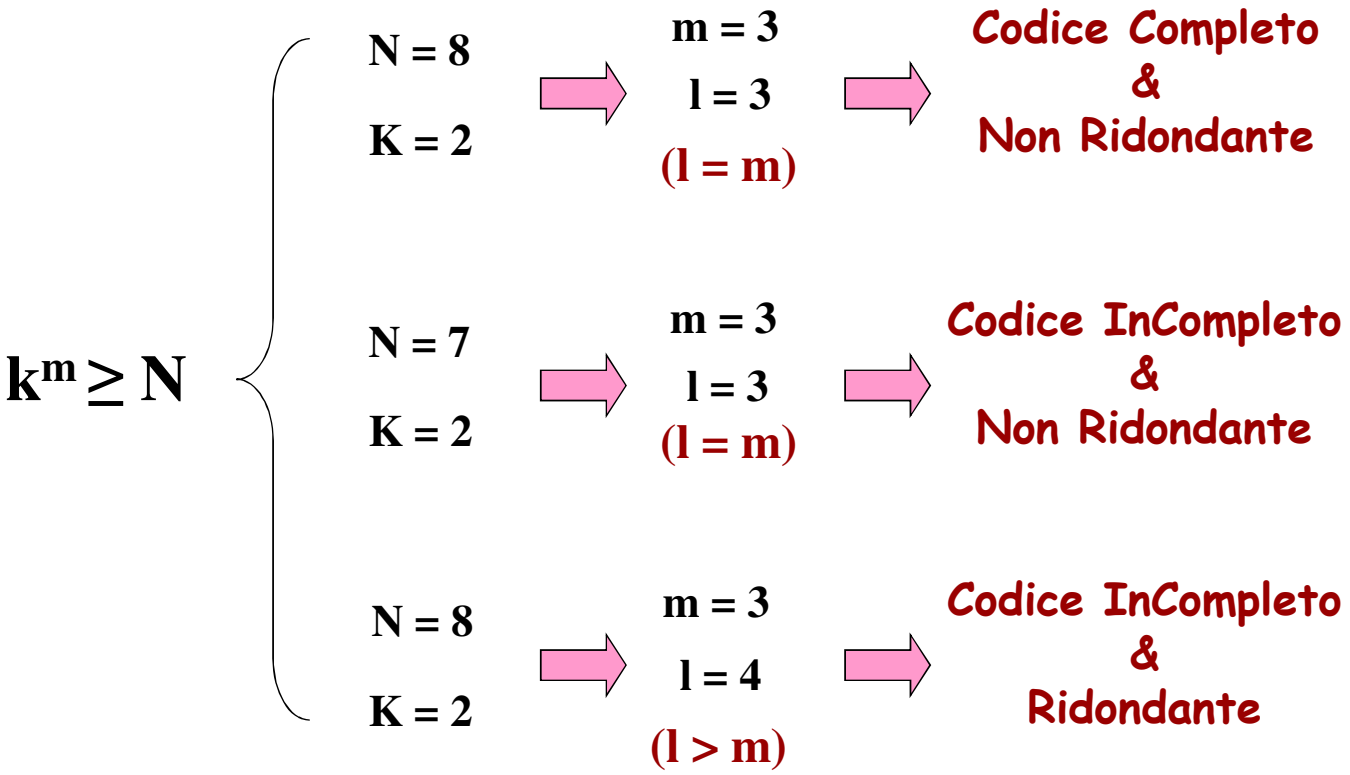
Codici ridondanti

- Se **l > m = $\lceil \log_k N \rceil$**,
  il codice viene detto ***ridondante***
- I codici ridondanti vengono utilizzati per rilevare ed eventualmente correggere errori dovuti ad alterazioni del dato
- Una misura della ridondanza è:

$$r = 1 - [(\log_k N)/l] \in [0,1]$$

- r è uguale a 0 per l = $\log_k$ N (codice completo)
  r tende ad 1 per l che tende ad infinito

Codici ridondanti



Codifica a lunghezza variabile

- La lunghezza l_i della parola codice dipende da x_i :

$$l_i = f(x_i)$$

- Proprietà fondamentale è quella che ogni parola codice non si ritrova come sequenza iniziale (prefisso) di altre parole codice più lunghe
- L'uso di questo tipo di codifica è giustificato quando gli elementi del tipo D (alfabeto origine) non hanno tutti la stessa probabilità di occorrenza
  - Parole codice più corte associate a elementi dell'alfabeto origine con maggiore probabilità di occorrenza

Codifica a lunghezza variabile

- Dato l'alfabeto sorgente $D = (x_1,.....,x_n)$, dette $p_1,.....,p_n$ le probabilità di occorrenza (frequenza) dei rispettivi elementi di D, la lunghezza l_i viene scelta in modo da minimizzare la *lunghezza media* L_m del codice:

$$L_m = \Sigma_{i=1,n} (p_i * l_i)$$

- Effettuata la ricerca della n-pla di valori l_i che rende minima L_m si ottiene un codice a lunghezza variabile a minima ridondanza
- La medesima informazione codificata con un codice a lunghezza fissa richiede un codice di lunghezza maggiore di L_m

Esempi di codici

- Codici a lunghezza fissa
  - Codice Fiscale
  - Codice di Avviamento Postale

- Codici a lunghezza variabile
  - Alfabeto Morse
  - Numeri Telefonici

Codifica a lunghezza variabile

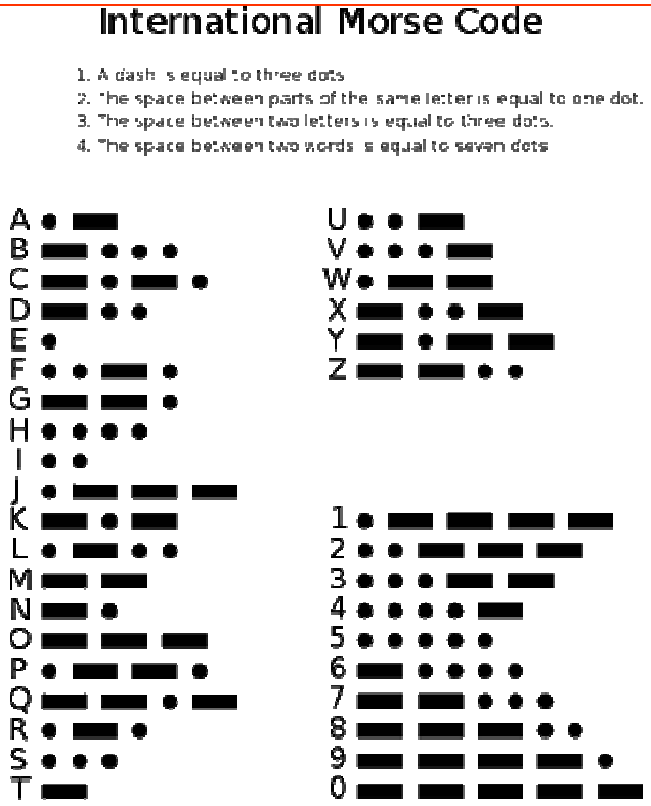
- Data la rappresentazione $c : D \rightarrow C$, l'insieme C può essere costituito da stringhe di lunghezza differente
- Esempio (stringhe di cifre da 0 a 3):

Informazione	*codice*	*Informazione*	*codice*	*Informazione*	*codice*
Casa	0	Banca	32	Andrea (C)	3310
Genitori	1	Paolo	3300	Andreani	3311
Segretaria	2	Anna	3301	Marocco	3312
Direttore	30	Mario	3302	Daita	3313
Taxi	31	Mario (C)	3303	Luchini	3320

Codifica a lunghezza variabile

- La corrispondenza viene decisa tenendo conto della frequenza con cui vengono usati i valori in D
- Vantaggi:
  - Risparmio di spazio nella memorizzazione
  - Risparmio di tempo nella trasmissione

Esempio: codice Morse



Esempio di rappresentazione di codici mediante tabella: BCD

Codice BCD (Binary Coded Decimal)

$D = (x_1, x_2, \ldots, x_N) = (0,1,2,\ldots,9)$ alfabeto origine

$R = (a_1, a_2, \ldots, a_k) = (0,1)$ alfabeto codice

$l = m = 4$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

Parola Codice

Codifica in Binario

- Dato un insieme di N elementi, il numero minimo I di bit necessario alla codifica è:

$$I = \lceil \log_2 N \rceil$$

Rappresentazione Decodificata

- Codice ridondante in cui le parole codice hanno lunghezza I = N
- Ogni parola codice contiene un solo bit di valore 1 ed N-1 bit di valore 0
- *Es: N=4*
  - *Cuori* → *1000*
  - *Quadri* → *0100*
  - *Fiori* → *0010*
  - *Picche* → *0001*

Esempio di rappresentazione decodificata

Dato	Codice BCD	Codice Decodificato
0	0000	1000000000
1	0001	0100000000
2	0010	0010000000
3	0011	0001000000
…	…	….
…		
9	1001	0000000001

Codifica indiretta

Codifica diretta

D=(x_1,x_2,…,x_{20})

R=(0,1)

$$m = \lceil \log_2 N \rceil$$

Codifica indiretta

D=(x_1,x_2,…,x_{20}) alfabeto origine

J=(a,b,c) alfabeto intermedio,
di cardinalità k intermedia 2<k<20

R=(0,1) alfabeto codice

X_{16} → abc→ 011100

Codifica Indiretta

x_{16}

$D=(x_1,x_2,\ldots,x_{20})$ alfabeto origine

a	b	c

J=(a,b,c) alfabeto intermedio

0	1	1	1	0	0

R=(0,1) alfabeto codice

La lunghezza della parola codice è di 6 bit, mentre con una codifica diretta la lunghezza minima è di 5 bit