

Corso di Calcolatori Elettronici I

Informazione e sua rappresentazione: codifica

Prof. Roberto Canonico



Università degli Studi di Napoli Federico II
Dipartimento di Ingegneria Elettrica e
delle Tecnologie dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (allievi A-DA)
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

Il concetto di informazione

- Qualunque informazione è definita tramite tre caratteristiche fondamentali:
 1. **Valore**
 - indica il particolare elemento assunto dall'informazione
 2. **Tipo**
 - indica l'insieme degli elementi entro cui è stato scelto il valore attribuito all'informazione
 3. **Attributo**
 - indica il significato associato all'informazione nel contesto in cui questa viene utilizzata
 - Si ottiene un'informazione completa quando un attributo assume un valore di un determinato tipo
 - Fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme definito di oggetti
-

Informazione: esempio

- **Attributo:**
Soluzione dell'equazione di primo grado
 - **Valore:**
3,45
 - **Tipo:**
Numeri reali
-

Differenza tra valore e rappresentazione del valore

- Non confondere il valore dell'informazione (*elemento di un insieme*) con la sua rappresentazione
- | | | |
|---------|------|-----------|
| • 3 | III | tre |
| • padre | pere | father |
| • 0.1 | 1/10 | 1*10E(-1) |
-

Tipi

- Semplici
 - I valori sono entità atomiche
 - Es: tipo reale `float f;`

 - Strutturati
 - I valori sono aggregati di informazioni più semplici
 - Es: Dati Anagrafici `struct persona {`

```

char   name[SIZE_NAME];
char   tfnumb[SIZE_TELE];
char   addr[SIZE_ADDR];
struct persona *ptrnext;
};
```
-

Cardinalità di un tipo

- Ogni tipo ha una propria cardinalità N che è pari al numero di elementi che compongono il tipo
 - La **cardinalità** esprime il **numero di elementi tra cui scegliere**; essa può essere usata per misurare la quantità di informazione
 - Una scelta fra valori di un tipo di cardinalità N è più complessa di una scelta fra valori di un tipo di cardinalità M , se $N > M$
 - il tipo di cardinalità N ha una quantità di informazione maggiore
-

Il bit

- L'informazione più elementare è legata alla scelta tra due oggetti
 - Un'informazione il cui tipo ha cardinalità 2 è detta un **bit (binary digit)**
 - Il valore di un tipo di cardinalità N può essere rappresentato come un insieme ordinato di k bit

$$2^k \geq N \quad k = \lceil \log_2 N \rceil$$
 - il simbolo $\lceil \rceil$ indica la funzione *ceiling* che restituisce il primo intero maggiore o uguale all'argomento
 - Nei calcolatori elettronici le informazioni sono rappresentate come stringhe di bit
-

Il bit come unità di informazione

- E' possibile stabilire per una informazione il cui tipo sia a cardinalità N a quanti bit equivale la quantità di informazione ad essa associata
 - Il problema può essere posto in questi termini:
a quante scelte fra 2 equivale una scelta fra N?
-

Esempi

- Tipo: **ColoreSem{verde,rosso,giallo}** cardinalità=**3**
 - A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **$B = \lceil \log_2 3 \rceil = 2$** ($3 < 2^2$)
 - Tipo: **Cifre{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}** cardinalità=**10**
 - A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **$B = \lceil \log_2 10 \rceil = 4$** ($10 < 2^4$)
 - Tipo: **Mesi{gen,feb,mar,apr,mag,giu,lug,ago,set,ott,nov,dic}** cardinalità=**12**
 - A quanti bit equivale la quantità di informazione ad esso associata? **$B = \lceil \log_2 12 \rceil = 4$** ($12 < 2^4$)
-

Memorizzazione dell'informazione

- Un calcolatore opera su **DATI**, cioè sulla **representazione mediante codifica del valore dell'informazione**
 - Tale rappresentazione è memorizzata in organi di memoria, i **REGISTRI**, che possono assumere un numero **finito** di configurazioni distinte
 - La cella elementare di memoria è un elemento fisico bi-stabile detto flip-flop, atto a memorizzare il valore di un bit di informazione
-

Codifica delle informazioni

- *Rappresentazione* del valore di una informazione di tipo $D = (x_1, \dots, x_N)$ (*alfabeto origine*) mediante stringhe di simboli di un tipo $R = (a_1, \dots, a_k)$ (*alfabeto codice*)

- Funzione *iniettiva* dall'insieme D all'insieme $C = R^l$

$$c : D \rightarrow C = R^l = R \times R \times \dots \times R$$

$$|R^l| \geq |D|$$

- Tabella Codice: *tabella che associa a ciascun elemento $x_i \in D$ una stringa di lunghezza l_i di elementi di R , detta *parola codice**
-

Codifica a lunghezza fissa

- $l_i = l =$ costante per tutti gli elementi di D
- Per codificare un tipo di cardinalità N mediante un alfabeto di k simboli è necessaria una stringa di lunghezza l tale che sia possibile far corrispondere a ciascun elemento $x_i \in D$ una distinta tra le k^l disposizioni con ripetizione dei k simboli di R sugli l posti della stringa

$$k^l \geq N \quad \text{da cui} \quad l \geq \lceil \log_k N \rceil$$

- Se $l = m = \lceil \log_k N \rceil$ il codice si dice *a lunghezza minima*
-

Codici completi ed incompleti

- se $l = m = \log_k N$, con N potenza di k , il codice viene detto **completo**
 - se $l = m$ (codice a lunghezza minima) **ma N non è potenza di k** , il codice viene detto **incompleto**
 - la differenza $k^m - N$ fornisce il numero di parole codice non assegnate, cioè non associate ad alcun elemento dell'alfabeto origine
 - Se $k = 2$ ed $N = 65$, allora $m = 7$
di tutte le potenziali $2^7 = 128$ stringhe di 7 bit, solo 65 sono parole codice e le rimanenti $128 - 65 = 63$ sono non assegnate
-

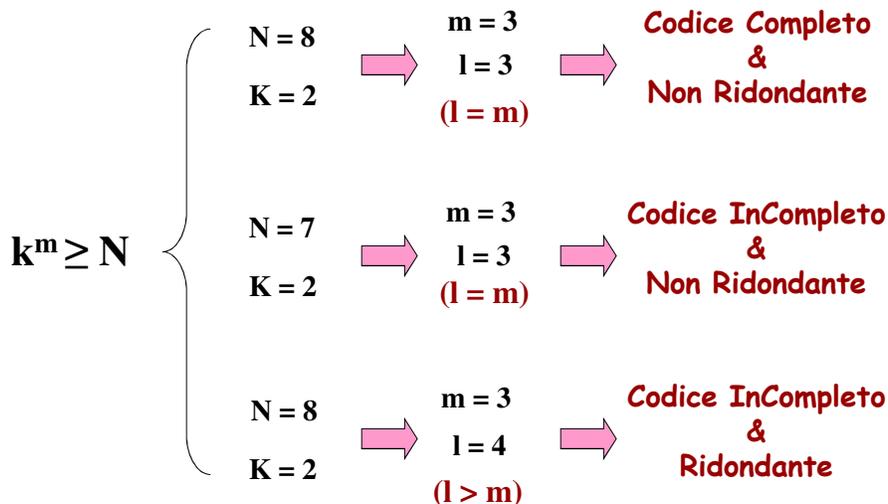
Codici ridondanti

- Se $l > m = \lceil \log_k N \rceil$, il codice viene detto **ridondante**
- I codici ridondanti vengono utilizzati per rilevare ed eventualmente correggere errori dovuti ad alterazioni del dato
- Una misura della ridondanza è:

$$r = 1 - \lceil (\log_k N) / l \rceil \in [0, 1]$$

- r è uguale a 0 per $l = \log_k N$ (codice completo)
 r tende ad 1 per l che tende ad infinito
-

Codici ridondanti



Codifica a lunghezza variabile

- La lunghezza l_i della parola codice dipende da x_i :

$$l_i = f(x_i)$$
- Proprietà fondamentale è quella che ogni parola codice non si ritrova come sequenza iniziale (prefisso) di altre parole codice più lunghe
- L'uso di questo tipo di codifica è giustificato quando gli elementi del tipo D (alfabeto origine) non hanno tutti la stessa probabilità di occorrenza
 - Parole codice più corte associate a elementi dell'alfabeto origine con maggiore probabilità di occorrenza

Codifica a lunghezza variabile

- Dato l'alfabeto sorgente $D = (x_1, \dots, x_n)$, dette p_1, \dots, p_n le probabilità di occorrenza (frequenza) dei rispettivi elementi di D , la lunghezza l_i viene scelta in modo da minimizzare la *lunghezza media* L_m del codice:

$$L_m = \sum_{i=1, n} (p_i * l_i)$$

- Effettuata la ricerca della n-pla di valori l_i che rende minima L_m si ottiene un codice a lunghezza variabile a minima ridondanza
- La medesima informazione codificata con un codice a lunghezza fissa richiede un codice di lunghezza maggiore di L_m

Esempi di codici

- Codici a lunghezza fissa
 - Codice Fiscale
 - Codice di Avviamento Postale
- Codici a lunghezza variabile
 - Alfabeto Morse
 - Numeri Telefonici

Codifica a lunghezza variabile

- Data la rappresentazione $c : D \rightarrow C$, l'insieme C può essere costituito da stringhe di lunghezza differente
- Esempio (stringhe di cifre da 0 a 3):

Informazione	codice	Informazione	codice	Informazione	codice
Casa	0	Banca	32	Andrea (C)	3310
Genitori	1	Paolo	3300	Andreani	3311
Segretaria	2	Anna	3301	Marocco	3312
Direttore	30	Mario	3302	Daita	3313
Taxi	31	Mario (C)	3303	Luchini	3320

Codifica a lunghezza variabile

- La corrispondenza viene decisa tenendo conto della frequenza con cui vengono usati i valori in D
 - Vantaggi:
 - Risparmio di spazio nella memorizzazione
 - Risparmio di tempo nella trasmissione
-

Esempio: codice Morse

International Morse Code

1. A dash is equal to three dots.
2. The space between parts of the same letter is equal to one dot.
3. The space between two letters is equal to three dots.
4. The space between two words is equal to seven dots.

<p>A </p> <p>B </p> <p>C </p> <p>D </p> <p>E </p> <p>F </p> <p>G </p> <p>H </p> <p>I </p> <p>J </p> <p>K </p> <p>L </p> <p>M </p> <p>N </p> <p>O </p> <p>P </p> <p>Q </p> <p>R </p> <p>S </p> <p>T </p>	<p>U </p> <p>V </p> <p>W </p> <p>X </p> <p>Y </p> <p>Z </p> <p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p> <p>7 </p> <p>8 </p> <p>9 </p> <p>0 </p>
---	--

Esempio di rappresentazione di codici mediante tabella: BCD

Codice BCD (Binary Coded Decimal)

$D = (x_1, x_2, \dots, x_N) = (0, 1, 2, \dots, 9)$ alfabeto origine

$R = (a_1, a_2, \dots, a_k) = (0, 1)$ alfabeto codice

$l = m = 4$

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

Parola Codice

Codifica in Binario

- Dato un insieme di N elementi, il numero minimo I di bit necessario alla codifica è:

$$I = \lceil \log_2 N \rceil$$

Rappresentazione Decodificata

- Codice ridondante in cui le parole codice hanno lunghezza $I = N$
 - Ogni parola codice contiene un solo bit di valore 1 ed $N-1$ bit di valore 0
 - *Es: $N=4$*
 - *Cuori* → 1000
 - *Quadri* → 0100
 - *Fiori* → 0010
 - *Picche* → 0001
-

Esempio di rappresentazione decodificata

Dato	Codice BCD	Codice Decodificato
0	0000	1000000000
1	0001	0100000000
2	0010	0010000000
3	0011	0001000000
...
...		
9	1001	0000000001

Codifica indiretta

Codifica diretta

$$D=(x_1, x_2, \dots, x_{20})$$

$$R=(0,1)$$

$$m = \lceil \log_2 N \rceil$$

Codifica indiretta

$D=(x_1, x_2, \dots, x_{20})$ alfabeto origine

$J=(a,b,c)$ alfabeto intermedio,
di cardinalità k intermedia $2 < k < 20$

$R=(0,1)$ alfabeto codice

$$X_{16} \rightarrow abc \rightarrow 011100$$

Codifica Indiretta

x_{16}

D=(x_1, x_2, \dots, x_{20}) alfabeto origine

a	b	c
---	---	---

J=(a,b,c) alfabeto intermedio

0	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---

R=(0,1) alfabeto codice

**La lunghezza della parola codice è di 6 bit, mentre
con una codifica diretta la lunghezza minima è di 5 bit**
