

Corso di Calcolatori Elettronici I

Informazione e sua rappresentazione: codifica

Roberto Canonico

Università degli Studi di Napoli Federico II

A.A. 2016-2017





- Fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme assegnato
- Un'informazione è definita tramite tre caratteristiche fondamentali
 - 1 Valore
 - indica il particolare elemento assunto dall'informazione
 - 2 Tipo
 - indica l'insieme degli elementi all'interno del quale è stato scelto il valore
 - 3 Attributo
 - indica il significato associato all'informazione nel contesto in cui questa viene utilizzata

Esempio

- Valore: 7,50
- Tipo: Insieme dei numeri reali
- Attributo: Soluzione dell'equazione di primo grado $6x = 45$



Non confondere il valore dell'informazione (*elemento di un insieme*) con la sua rappresentazione

| | | |
|-------|------|---------------|
| 3 | III | tre |
| padre | père | father |
| 0,1 | 1/10 | $1 * 10E(-1)$ |



Tipi semplici e strutturati

- Tipi semplici
 - I valori sono entità atomiche

```
float f;
```

- Tipi strutturati
 - I valori sono aggregati di informazioni di tipi semplici

```
struct persona {  
    char name [SIZENAME];  
    char tfnumb [SIZETELE];  
    char addr [SIZEADDR];  
    struct persona *ptrnext;  
};
```



- Si è detto: *fornire un'informazione significa effettuare la scelta di un elemento in un insieme X (tipo dell'informazione)*
- Dato un insieme X , la sua *cardinalità* $N = |X|$ è il numero di elementi
- Un'informazione il cui tipo ha cardinalità 2 è detta **bit** (*binary digit*)
- Maggiore è la cardinalità del tipo, maggiore è il numero di elementi tra cui scegliere
 - La *Teoria dell'Informazione* (Claude Shannon) introduce il concetto di *quantità di informazione* associata ad una scelta: essa dipende dalla probabilità con cui i singoli valori si possono presentare

Codifica delle informazioni

- Rappresentazione del valore x_i di una informazione di tipo

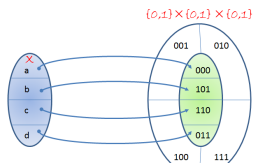
$$X = \{x_1, \dots, x_N\} \text{ (alfabeto sorgente)}$$

mediante una *parola codice* (codeword) c_i ,

cioè una stringa di simboli presi da un insieme

$$A = \{a_1, \dots, a_k\} \text{ (alfabeto codice)}$$

- Se $k = 2$ si parla di *codice binario*
- *Codice C*: insieme di tutte le parole codice associate agli elementi dell'alfabeto sorgente
- *Codifica*: funzione $f : X \rightarrow C$
- *Codifica non ambigua*: una stessa parola codice non può corrispondere a due distinti elementi dell'alfabeto sorgente
 - f è iniettiva





- **Codice a lunghezza fissa**

- tutte le parole codice hanno lunghezza l

$X \longrightarrow C = A^l = A \times A \times \dots \times A$ (prodotto cartesiano di A per se stesso, l volte)

con l tale che: $|A^l| \geq |X|$ ovvero $k^l \geq N$ ovvero $l \geq \lceil \log_k(N) \rceil$

- **Codice a lunghezza variabile**

- ogni parola codice c_j ha una sua lunghezza specifica l_j



Codice binario
a lunghezza fissa ($l = 3$)
Palette di 8 colori

| | |
|---------|-----|
| Nero | 000 |
| Grigio | 001 |
| Blu | 010 |
| Marrone | 011 |
| Verde | 100 |
| Giallo | 101 |
| Rosso | 110 |
| Bianco | 111 |

Codice decimale
a lunghezza variabile
Prefissi telefonici

| | |
|---------------|------|
| Genova | 010 |
| Torino | 011 |
| Pinerolo (TO) | 0121 |
| Susa (TO) | 0122 |
| Imperia | 0183 |
| Milano | 02 |
| Roma | 06 |
| ... | ... |



- Per codificare un tipo di cardinalità N mediante un alfabeto di k simboli è necessaria una stringa di lunghezza l tale che sia possibile far corrispondere a ciascun elemento $x \in X$ una distinta tra le k^l *disposizioni con ripetizione dei k simboli di A sugli l posti* della stringa
- Per un codice a lunghezza fissa occorre che l sia tale che:

$$k^l \geq N \text{ ovvero } l \geq \lceil \log_k(N) \rceil$$

- Un codice si dice a *lunghezza minima* se

$$l = m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- I codici dell'esempio successivo (slide 11) sono a lunghezza minima
- Un codice si dice *ridondante* se

$$l > m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- I codici ridondanti si utilizzano per rilevare errori nella trasmissione o memorizzazione delle informazioni
- Una misura della ridondanza:

$$r = 1 - \left[\frac{(\log_k(N))}{l} \right] \in [0, 1]$$



- Un codice a lunghezza minima ha l tale che:

$$l = m = \lceil \log_k(N) \rceil$$

- Un codice a lunghezza minima si dice *completo* se

$$l = \log_k(N)$$

- Condizione necessaria è che N sia una potenza di k

- Un codice a lunghezza minima si dice *incompleto* se

$$l > \log_k(N)$$

- I codici dell'esempio successivo sono incompleti
- Per un codice incompleto, alcune stringhe di simboli di lunghezza l **non** sono parole codice



Codice a lunghezza fissa: esempio

- $X = \{\text{lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica}\}$
- $A = \{a, b, c\}$
- $N = 7, k = 3, l = 2 \geq \lceil \log_3(7) \rceil$

Codifica 1

lunedì → *aa*
martedì → *ab*
mercoledì → *ac*
giovedì → *ba*
venerdì → *bb*
sabato → *bc*
domenica → *ca*

Codifica 2

lunedì → *aa*
martedì → *bb*
mercoledì → *ba*
giovedì → *bc*
venerdì → *ac*
sabato → *cb*
domenica → *ca*

- I codici sono entrambi a lunghezza minima ed incompleti



Codici a lunghezza variabile

- La lunghezza l_i della parola codice c_i dipende da x_i : $l_i = f(x_i)$
- Requisito di *univoca decodificabilità*: ciascuna parola codice non sia inclusa come sequenza iniziale (*prefisso*) di altre parole più lunghe
- L'uso di questi codici è giustificato quando gli elementi del tipo X (*alfabeto sorgente*) non hanno tutti la stessa probabilità di occorrenza
 - Parole codice più corte associate a elementi dell'alfabeto origine con maggiore probabilità di occorrenza

| Value | Bit sequence | Value | Bit sequence |
|-------|--------------|-------|--------------|
| 0 | 1 | 9 | 0001010 |
| 1 | 010 | 10 | 0001011 |
| 2 | 011 | 11 | 0001100 |
| 3 | 00100 | 12 | 0001101 |
| 4 | 00101 | 13 | 0001110 |
| 5 | 00110 | 14 | 0001111 |
| 6 | 00111 | 15 | 000010000 |
| 7 | 0001000 | 16 | 000010001 |
| 8 | 0001001 | 17 | 000010010 |



- Un *codice one-hot* è un codice ridondante per il quale tutte le parole codice hanno lunghezza $l = N$, e presentano un bit ad 1 ed i restanti $N - 1$ bit a 0
- Si usa anche l'espressione *rappresentazione decodificata* perché la posizione dell'1 nella parola codice indica immediatamente il simbolo a cui corrisponde la parola codice

Esempio

Cuori → 1000

Quadri → 0100

Fiori → 0010

Picche → 0001