

Corso di Calcolatori Elettronici I

Minimizzazione di funzioni booleane: parte II

Prof. Roberto Canonico



Università degli Studi di Napoli Federico II
Dipartimento di Ingegneria Elettrica
e delle Tecnologie dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

Procedura per la minimizzazione

1. **Espansione**: ricerca di tutti gli implicant primari della funzione f
 2. **Copertura** della funzione: determinazione del minimo insieme di implicant primari che copra tutti i mintermini implicant f
 - Selezione degli implicant primari essenziali, per individuare il **nucleo N**
 - Determinazione della forma minima di R , da aggiungere ad N per esprimere f in forma minima
-

Espansione sulle mappe di Karnaugh

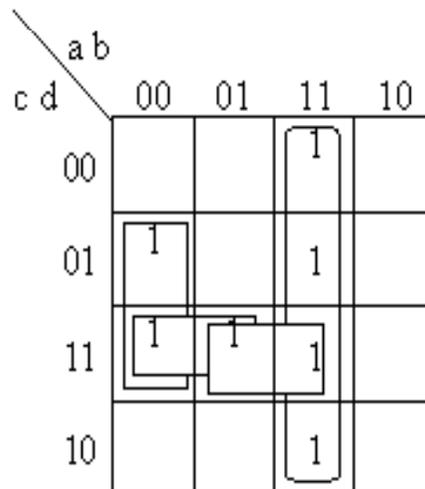
- L'operazione di espansione sulle mappe di Karnaugh consiste nel determinare i *sottocubi di area massima*
- Sottocubi: gruppi di 2^k caselle adiacenti
 - Rappresentano clausole di ordine $n-k$



Espansione sulle mappe di Karnaugh (esempio)

$$f = abcd + \bar{a}bcd + \bar{\bar{a}}\bar{b}cd + \bar{\bar{a}}\bar{\bar{b}}c\bar{d} + ab\bar{c}d + abc\bar{d} + ab\bar{\bar{c}}\bar{d}$$

- Gli implicanti primi sono individuati graficamente come sottocubi di area massima sulla mappa di Karnaugh



Primi implicanti: $bcd, \bar{a}cd, \bar{\bar{a}}\bar{b}d, ab$

Espansione: Metodo di McCluskey

- Ciascuna clausola della funzione viene indicata da una stringa di 1 , 0 e $'-'$:
 - 1 per le variabili in forma affermata
 - 0 per quelle in forma negata
 - $'-'$ per le variabili che non compaiono nel prodotto
 - Le clausole individuate vengono suddivise in classi contenenti elementi con equal numero di 1 , per facilitare l'individuazione dei consensi e ridurre il numero di confronti
-

Metodo di McCluskey

1. Si riconduce la funzione f alla forma canonica di tipo P e i mintermini (clausole di ordine n) si esprimono nel formato visto prima
 2. Si suddividono i mintermini in classi che si ordinano, da "classe 0" a "classe n "; si pone, $k=n$
 3. Per ogni i da 0 a $k-1$: si generano i consensi di ordine $k-1$ accoppiando le clausole della "classe i " con quelle della "classe $i+1$ "; si marcano le clausole che generano consenso
 4. Le clausole non marcate sono implicanti primi di ordine k . Nei consensi generati si eliminano gli eventuali doppi; i consensi stessi sono ordinati e riorganizzati da "classe 0" a "classe $k-1$ ".
 5. Si pone $k=k-1$ e si ripete il passo 3 finché non sia $k \geq 0$.
-

Metodo di McCluskey: esempio

$$f = abcd + \bar{a}bcd + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + ab\bar{c}d + abc\bar{d} + ab\bar{c}\bar{d}$$

Implicanti del 4° ordine	Implicanti del 3° ordine	Implicanti del 2° ordine
1) 0001 ✓ -----	1-2) 00-1 -----	----- 3-5-6-7) 11--
2) 0011 ✓ -----	2-4) 0-11 -----	3-6-5-7) 11--
3) 1100 ✓ -----	3-5) 110- ✓ -----	
4) 0111 ✓ -----	3-6) 11-0 ✓ -----	
5) 1101 ✓ -----	4-7) -111 -----	
6) 1110 ✓ -----	5-7) 11-1 ✓ -----	
7) 1111 ✓ -----	6-7) 111- ✓ -----	

Gli implicanti non spuntati sono gli implicanti primi

Primi implicanti: $bcd, \bar{a}cd, \bar{a}\bar{b}d, ab$