

# Automa a Stati Finiti (ASF)

---

- E' una prima astrazione di macchina "dotata di memoria" che esegue algoritmi
  - Introduce il concetto fondamentale di "**STATO**" che informalmente può essere definito come una particolare condizione della macchina, in conseguenza del quale la macchina reagisce con una determinata "uscita" ad un determinato "ingresso"
  - Poiché l'uscita dipende anche dallo *stato*, l'ASF è un automa intrinsecamente dotato di una *memoria interna* che può quindi *influenzare le risposte date dall'automata* anche a parità di dati d'ingresso
  - Esempio: riconoscitore di sequenza
-

# Modello di Automa a Stati Finiti

---

- Un ASF è una quintupla  $\langle Q, I, U, t, w \rangle$  dove:
    - $Q$ : insieme finito di stati interni  $q \in Q$
    - $I$ : insieme finito di ingressi  $i \in I$
    - $U$ : insieme finito di uscite  $u \in U$
    - $t$ : funzione di transizione
      - $t: Q \times I \rightarrow Q$
    - $w$ : funzione di uscita
      - $w: Q \times I \rightarrow U$  MODELLO ASF DI MEALY
      - $w: Q \rightarrow U$  MODELLO ASF DI MOORE
-

# Significato delle funzioni $t$ e $w$

---

- Funzione stato prossimo  $t$ 
    - Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso la funzione  $t$  associa uno stato futuro:
$$t : Q \times I \rightarrow Q$$
    - Ad ogni coppia  $\{\text{stato}, \text{simbolo di ingresso}\}$  è associato, se specificato, uno stato futuro
  - Funzione d'uscita  $w$ 
    - Genera il simbolo d'uscita
    - Macchine di Mealy. L'uscita dipende sia dallo stato sia dall'ingresso:
$$w : Q \times I \rightarrow U$$
    - Macchine di Moore. L'uscita dipende solamente dallo stato:
$$w : Q \rightarrow U$$
-

# Tabella degli stati

---

- Una macchina sequenziale può essere descritta mediante la *Tabella degli stati*
  - Indici di colonna sono i simboli di ingresso  $i \in I$
  - Indici di riga sono i simboli di stato  $q \in Q$  che indicano lo stato presente
  - Elementi sono:
    - Macchine di Mealy: La coppia  $\{q', u\}$ :
      - $q' = t(i, q)$  è il simbolo stato prossimo
      - $u = w(i, q)$  è il simbolo di uscita
    - Macchine di Moore: Il simbolo stato prossimo  $q'$ :
      - $q' = t(i, q)$  è il simbolo stato prossimo
  - Nelle macchine di Moore i simboli d'uscita sono associati allo stato presente
-

# Tabella degli stati

---

- Macchine di Mealy

$i_1$	$i_2$	..
$S_j^{t+1} / u_j$	$S_k^{t+1} / u_k$	....
$S_m^{t+1} / u_m$	$S_l^{t+1} / u_l$	....
....	....	....

- Macchine di Moore

$i_1$	$i_2$	..	
$S_j^{t+1}$	$S_k^{t+1}$	....	$u_1$
$S_m^{t+1}$	$S_l^{t+1}$	....	$u_2$
....	....	....	....

---

# Rappresentazione grafica di un ASF

---

- E' possibile rappresentare graficamente un ASF mediante un **grafo** detto *diagramma degli stati*
  - *Stato: rappresentato da un nodo (cerchio)*
  - *Transizione: rappresentata da un arco orientato (freccia)*
  - *Ciascun arco viene etichettato con l'ingresso che causa la transizione e la conseguente uscita, separati da un simbolo (/)*
  - *Se l'uscita non è specificata, può essere indicata con il simbolo “-”*
-

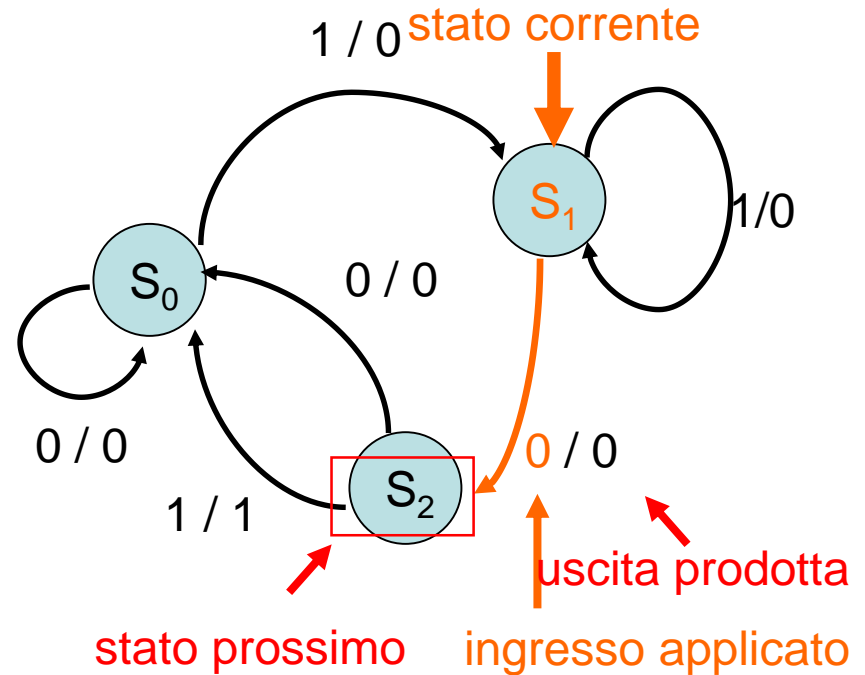
# Diagramma degli stati

---

- Spesso, la stesura della *Tabella degli stati* è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata *Diagramma degli stati*
  - Il Diagramma degli stati è un *grafo orientato*  $G(V,E,L)$ 
    - $V$  - Insieme dei *nodi*
      - Ogni nodo rappresenta uno stato
      - Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
    - $E$  - Insieme degli *archi*
      - Ogni arco rappresenta le transizioni di stato
    - $L$  - Insieme degli:
      - Ingressi e Uscite (macchine di Mealy)
      - Ingressi (macchine di Moore)
-

# Grafo degli stati

- Grafo degli stati
  - ogni nodo corrisponde ad uno stato
  - ogni transizione (arco) indica il prossimo stato in corrispondenza di un determinato ingresso
  - **Mealy**: uscita associata all'arco
  - **Moore**: uscita associata al nodo (stato)



ad esempio, trovandosi nello stato  $S_1$ , nel caso sia applicato il valore di ingresso  $0$ , la macchina si posta nel nuovo stato  $S_2$  producendo come uscita il valore  $0$



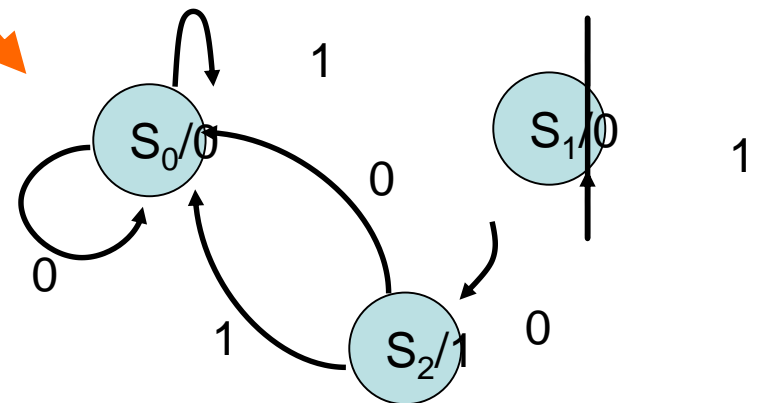
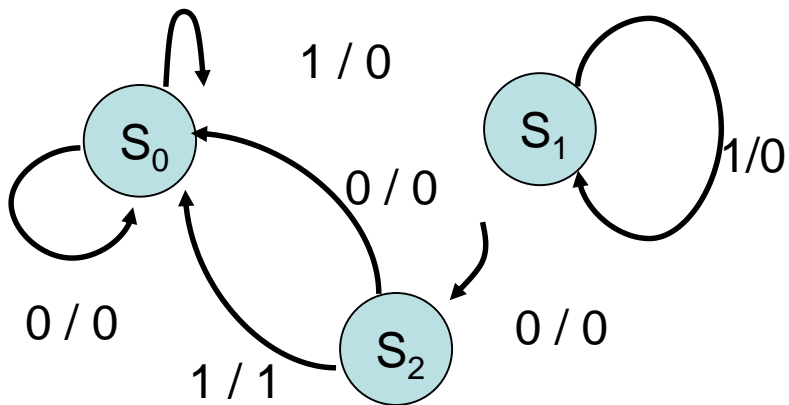
# Tabelle e grafi degli stati

	0	1
$S_0$	$S_0/0$	$S_1/0$
$S_1$	$S_2/0$	$S_1/0$
$S_2$	$S_0/0$	$S_0/1$

	0	1	U
$S_0$	$S_0$	$S_1$	0
$S_1$	$S_2$	$S_1$	0
$S_2$	$S_0$	$S_0$	1

Mealy

Moore



# Esempio – Macchina di Mealy

---

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

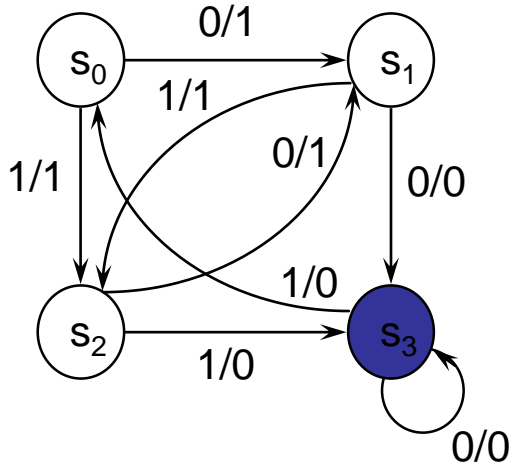


Tabella degli stati

	0	1
$s_0$	$s_1/1$	$s_2/1$
$s_1$	$s_3/0$	$s_2/1$
$s_2$	$s_1/1$	$s_3/0$
$s_3$	$s_3/0$	$s_0/0$

# Esempio – Macchina di Moore

---

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

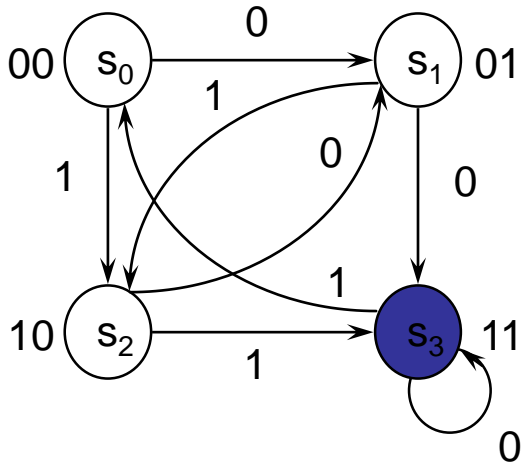


Tabella degli stati

	0	1	U
S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	00
S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	01
S <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	10
S <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>0</sub>	11

# Macchine sequenziali

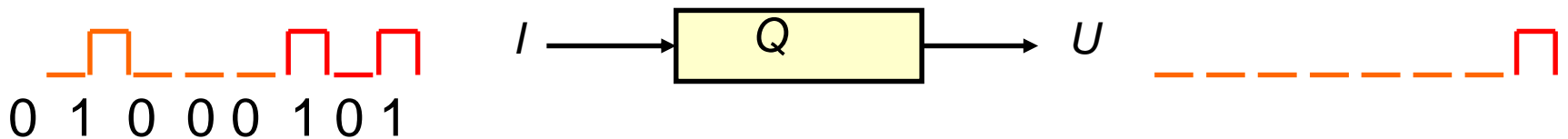
---

- Le macchine sequenziali sono realizzazioni di automi a stati finiti in cui i valori di I, U e Q sono codificati in binario
  - Problema della tempificazione: in corrispondenza di quali eventi avvengono le transizioni di stato ?
  - Esistono diversi modelli realizzativi di macchine sequenziali che differiscono per il modo con cui viene risolto il problema della tempificazione
-

# Esempio

---

- Vogliamo realizzare una macchina in grado di riconoscere la sequenza 101
  - la macchina avrà un ingresso  $I$  su cui arriva una sequenza di 1 o 0
  - una uscita  $U$  che si alza solo quando in ingresso è appena arrivata una sequenza **101**



# Esempio

---

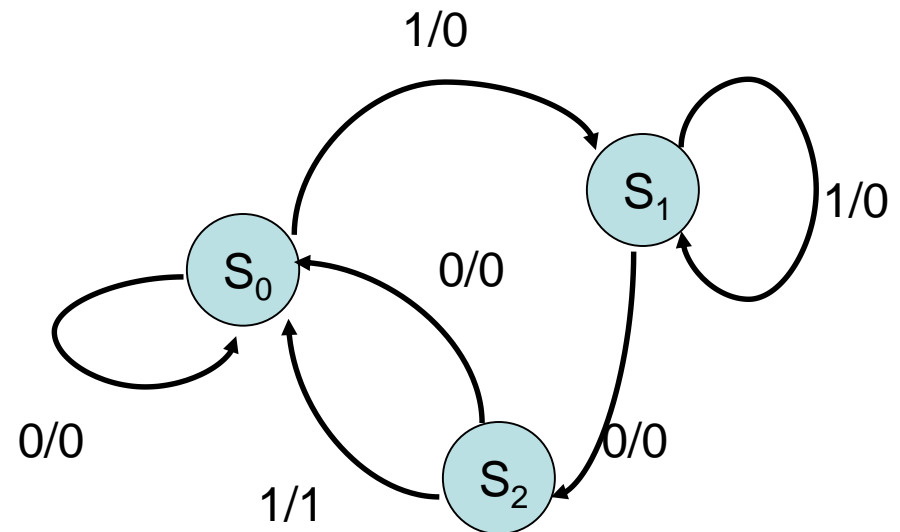
- potremo usare una macchina a stati finiti con tre stati  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  con i seguenti significati
  - $S_0$  è lo stato in cui non è stato riconosciuto ancora niente in ingresso
  - $S_1$  è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta una sequenza di un bit uguale a “1”
  - $S_2$  è lo stato in cui ci si trova se è stata riconosciuta la sequenza “10”. A questo punto, se arriva un ‘1’ si sarà riconosciuta la sequenza “101”, se arriva ‘0’ non si è riconosciuto niente. In ogni caso, si ritorna in  $S_0$ , ma con uscite diverse a seconda che si sia riconosciuta o meno la sequenza

# Esempio

Automa in grado di riconoscere la sequenza in ingresso **101**

	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>S<sub>0</sub></b>	S <sub>0</sub> /0	S <sub>1</sub> /0
<b>S<sub>1</sub></b>	S <sub>2</sub> /0	S <sub>1</sub> /0
<b>S<sub>2</sub></b>	S <sub>0</sub> /0	S <sub>0</sub> /1

descrizione tramite tabella



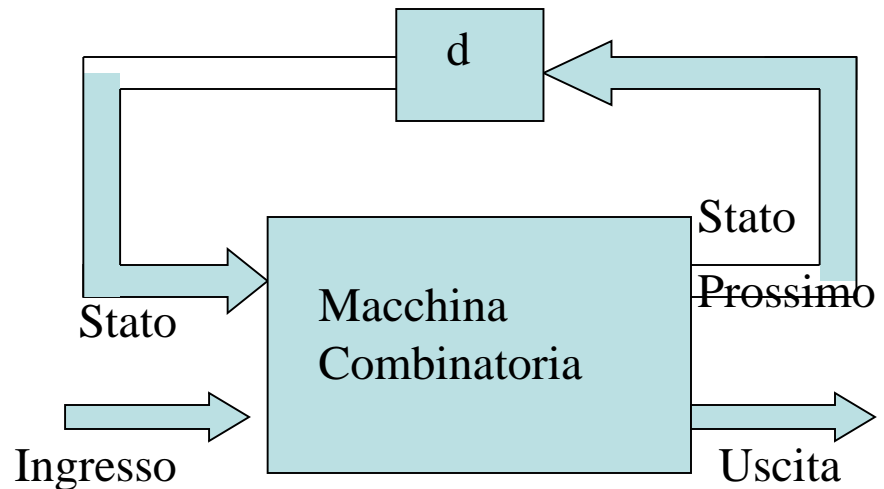
descrizione tramite grafo

# Modello fondamentale

---

*Una Macchina Sequenziale  
può essere realizzata con:*

- Una macchina Combinatoria
- Un ritardo





# Le Parti della Macchina

---

- L'ingresso della macchina combinatoria è l'ingresso della macchina sequenziale *più* l'uscita del ritardo (lo stato precedente).
- L'uscita della macchina combinatoria è l'uscita della macchina sequenziale *più* il prossimo stato della macchina.

# Stati stabili sotto un ingresso

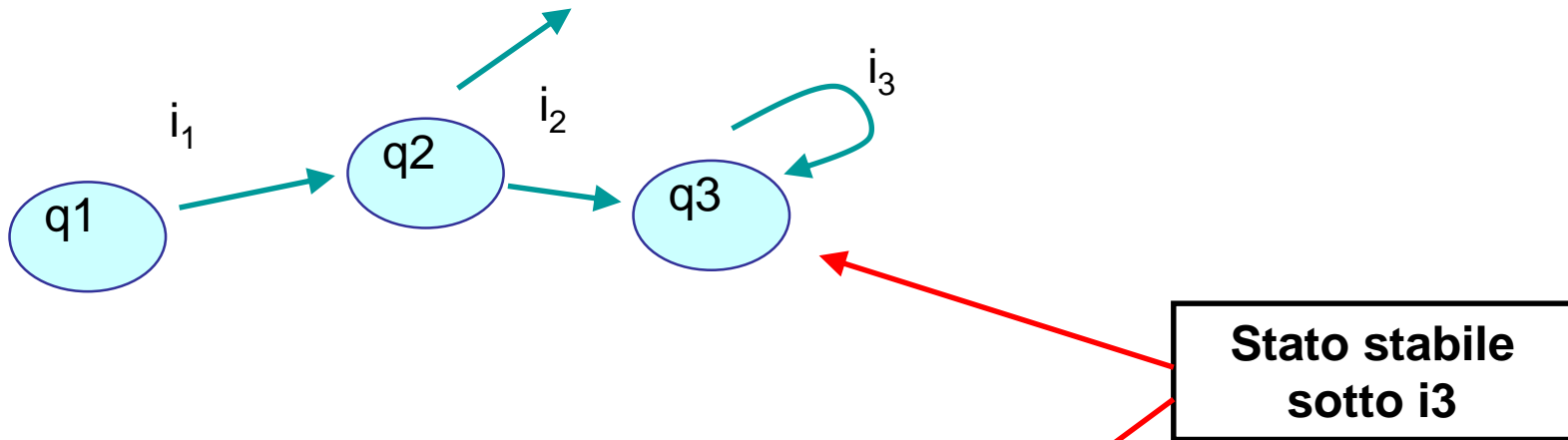
---

- Una macchina con ingressi a livelli ha uno **stato stabile**  $q$  sotto un ingresso  $i$  se

$$\tau(q,i) = q \quad (\tau \text{ funzione prossimo stato})$$

- In altre parole, applicando in maniera continua l'ingresso  $i$  la macchina permane nello stato  $q$
- Se partendo da qualsiasi stato ed applicando qualsiasi ingresso è sempre possibile arrivare in uno stato stabile, la macchina si dice **asincrona**

# Stati stabili



	$i_1$	$i_2$	$i_3$	...
q1	q2	...	...	...
q2	...	q3	...	...
q3	...	...	q3	...
...	...	...	...	...

# Sintesi di una macchina sequenziale

---

La sintesi si svolge nei seguenti passi:

1. Realizzazione del *diagramma degli stati* a partire dalle specifiche informali del problema
  2. Costruzione della *tabella degli stati*
  3. Riduzione del numero degli stati: *ottimizzazione*
  4. Assegnamento degli stati: *codifica*
  5. Costruzione della *tabella delle eccitazioni*
  6. Sintesi della rete combinatoria che realizza la funzione stato prossimo
  7. Sintesi della rete combinatoria che realizza la funzione d'uscita
-

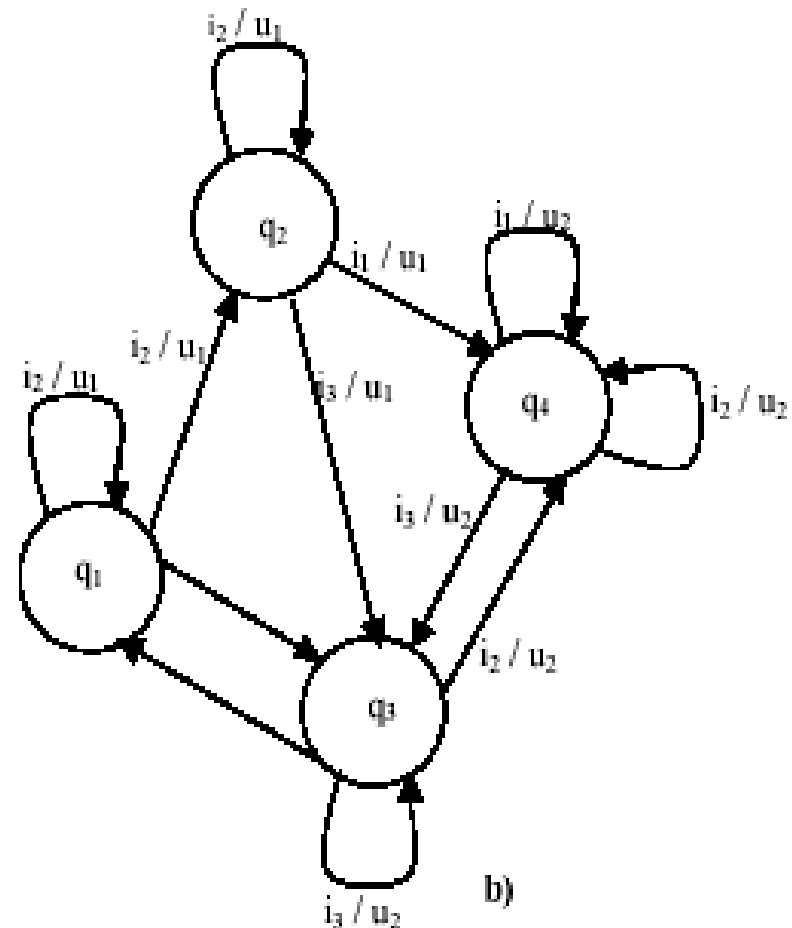
# Macchina Asincrona

ingressi

stati

	$i_1$	$i_2$	$i_3$
$q_1$	$q_1 / u_1$	$q_2 / u_1$	$q_3 / u_2$
$q_2$	$q_4 / u_1$	$q_2 / u_1$	$q_3 / u_2$
$q_3$	$q_1 / u_2$	$q_4 / u_2$	$q_3 / u_2$
$q_4$	$q_4 / u_2$	$q_4 / u_3$	$q_3 / u_2$

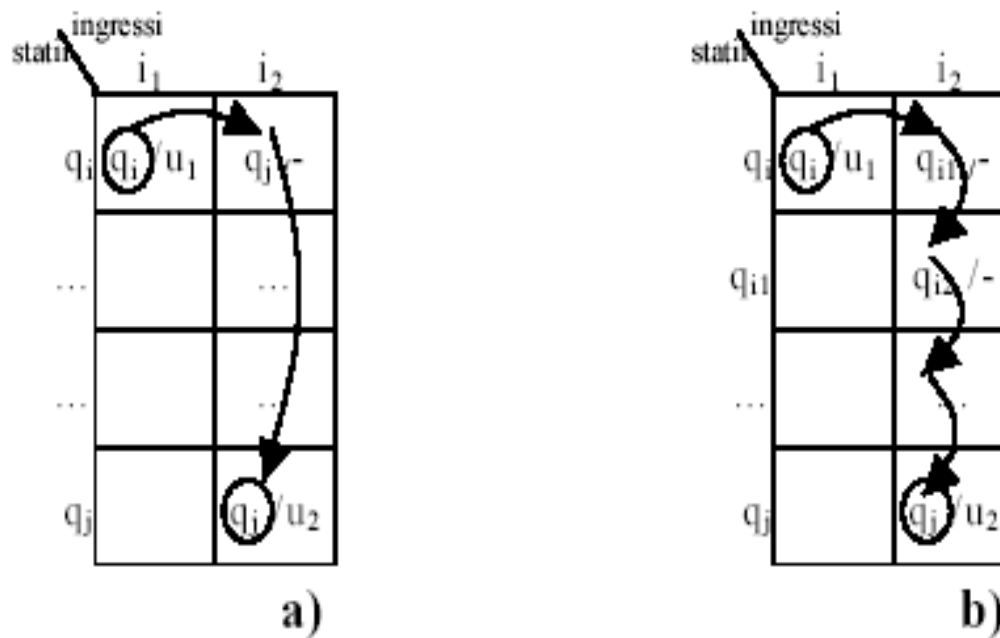
a)



b)

# Macchina Asincrona

*Una macchina con sequenze di ingressi a livelli funziona solo se è asincrona.*



*Schema di transizioni in macchine asincrone:  
a) transizione diretta; b) transizione con cicli*

# Macchine asincrone

---

	$i_1$	$i_2$	$i_3$
q1	q1	q2	q3
q2	q4	q2	q3
q3	q1	q4	q3
q4	q4	q4	q3

La macchina è asincrona: partendo da qualsiasi stato ed applicando una qualsiasi sequenza fissa in ingresso si perviene ad uno stato stabile. Es.:

Partendo da  $q1$  ed applicando  $i_2$  si rimane in  $q2$  (purché  $i_2$  sia applicato per un tempo sufficiente a far arrivare la macchina nello stato  $q2$ )

# Macchine asincrone

---

Applicando una sequenza di due ingressi in una macchina asincrona, la transizione tra uno stato stabile e l'altro avviene mediante una transizione orizzontale e poi  $k$  transizioni verticali verso lo stato stabile (**ciclo lungo  $k$** )

	$i_1$	$i_2$	$i_3$
q1	q1	q2	q3
q2	q4	q2	q3
q3	q1	q4	q3
q4	q4	q4	q3

L'unica condizione necessaria a garantire il passaggio da uno stato stabile ad un nuovo stato stabile noto è che il nuovo ingresso sia applicato **per un tempo sufficiente** a permettere la transizione attraverso gli stati intermedi

Le uscite possono essere assegnate ai soli stati stabili

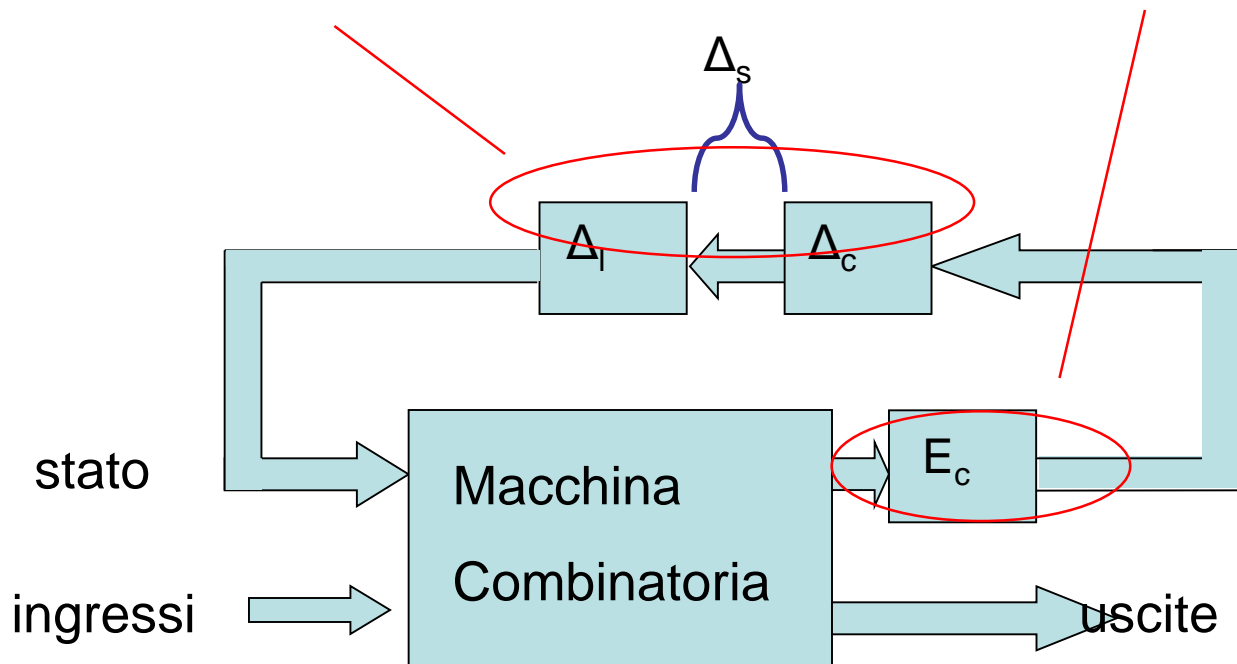
---



# Macchine asincrone

ritardo puro della macchina  
combinatoria ( $\Delta_c$ ) più ritardo  
delle linee ( $\Delta_l$ )

ritardo inerziale  
della macchina  
combinatoria  $E_c$



La transizione tra  
due stati stabili  
avviene soltanto se  
la durata  $d$   
dell'ingresso che  
genera la  
transizione  
attraverso  $k$  stati  
consecutivi è tale  
che

$$d > k (E_c + \Delta_s)$$

# Macchina Asincrona

---

