Corso di Calcolatori Elettronici I

Mappe di Karnaugh

Prof. Roberto Canonico

Università degli Studi di Napoli Federico II
Dipartimento di Ingegneria Elettrica
e delle Tecnologie dell'Informazione

Mappe di Karnaugh

Le mappe di Karnaugh sono una rappresentazione “tabellare” delle funzioni booleane alternativa alla tabella di verità

a	b	c	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

c \ ab	00	01	11	10
0	1			1
1		1		

Mappe di Karnaugh

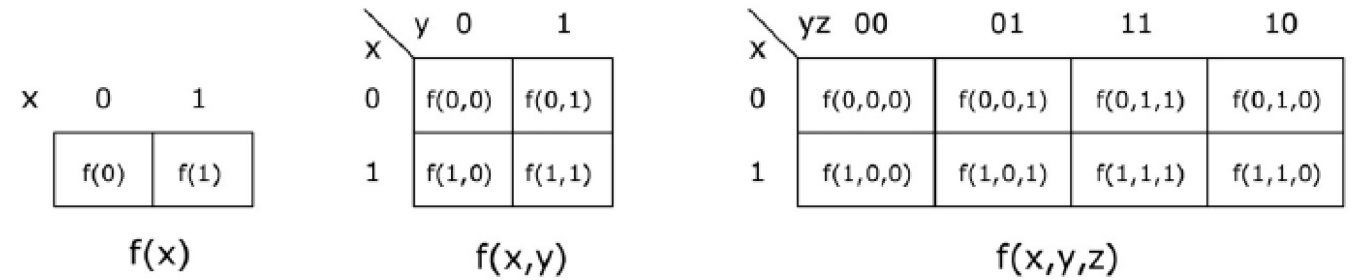


Figura 3.8 - Mappe di Karnaugh di ordine 1, 2 e 3. La figura indica chiaramente che ogni casella riporta il valore di *f* per la configurazione delle variabili che ne dà le coordinate.

$abcd$

$n=4$

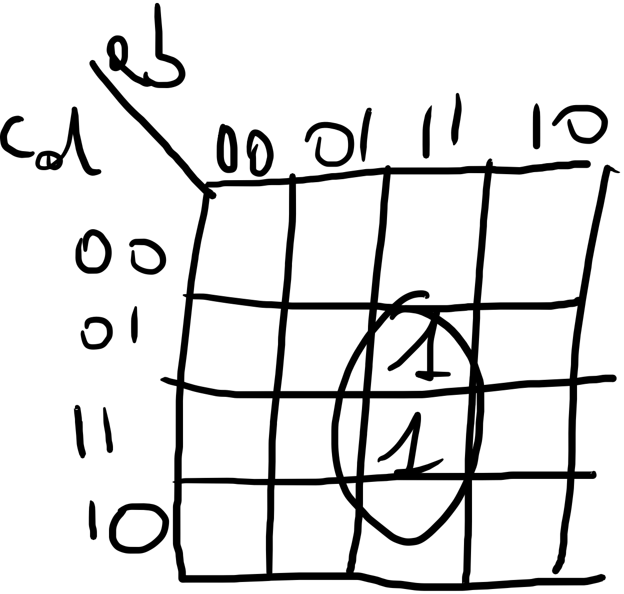
cd \ ab	00	01	11	10
00		1		
01		1		
11	1			1
10				

$\bar{a} b \bar{c} \bar{d} = P_4$ 0100

$\bar{a} b \bar{c} d = P_5$ 0101

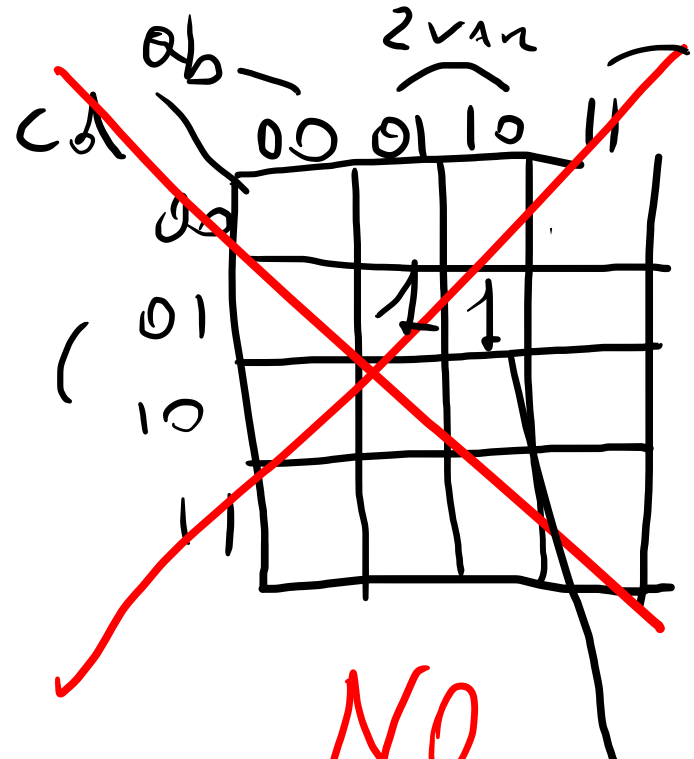
$a \bar{b} c d + \bar{a} \bar{b} c d =$
$= (a + \bar{a}) \bar{b} c d = \bar{b} c d$

$y = P_4 + P_5 =$
$= \bar{a} b \bar{c} \bar{d} + \bar{a} b \bar{c} d =$
$= \bar{a} b \bar{c} (\bar{d} + d) = \bar{a} b \bar{c} 1 = \bar{a} b \bar{c}$



MAPPA DI KARNAUGH

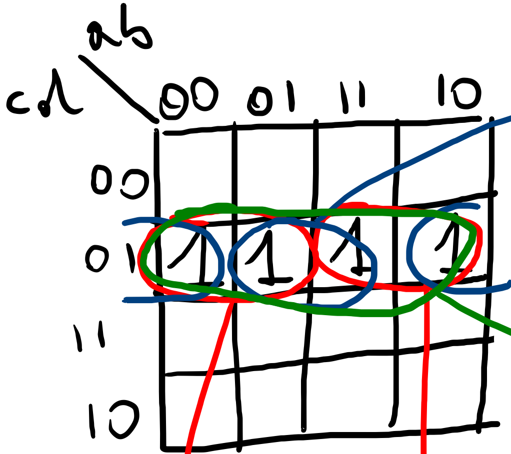
MdK



NO

$\bar{a}b\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}d$

$n = 4$



$b\bar{c}d + \bar{b}\bar{c}d = (b + \bar{b})\,\bar{c}d = \bar{c}d$

$\bar{c}d$

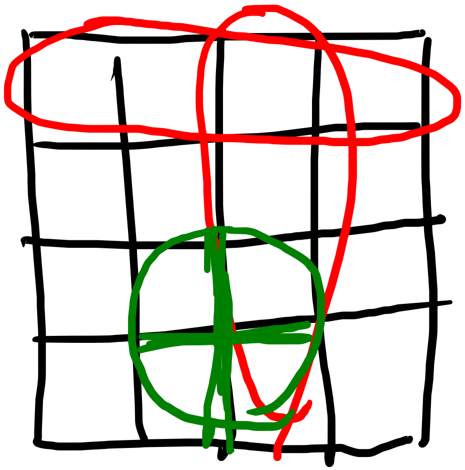
$\bar{a}\bar{c}d + a\bar{c}d = (\bar{a} + a)\,\bar{c}d = \bar{c}d$

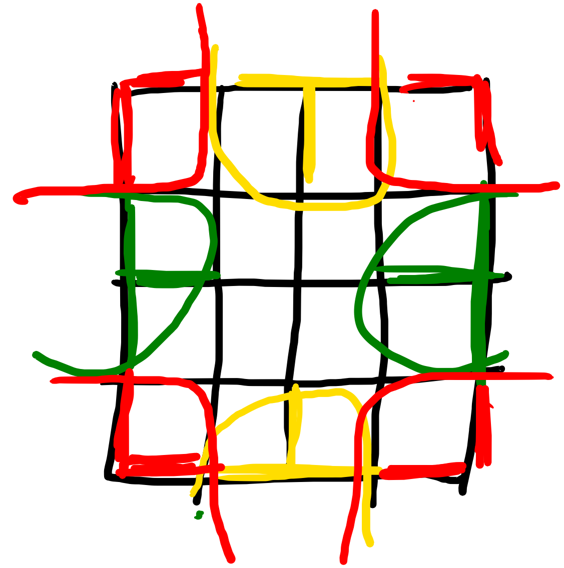
CLAUSOLA DI ORDINE $n-2$

cd \ ab	00	01	11	10
00				1
01				1
11	1	1		1
10	1	1		1

$$ab\bar{c}$$
$$+$$
$$abc = ab(\bar{c}+c) = ab$$

$$\bar{a}cd + \bar{a}c\bar{d} = \bar{a}c(d+\bar{d}) = \bar{a}c$$



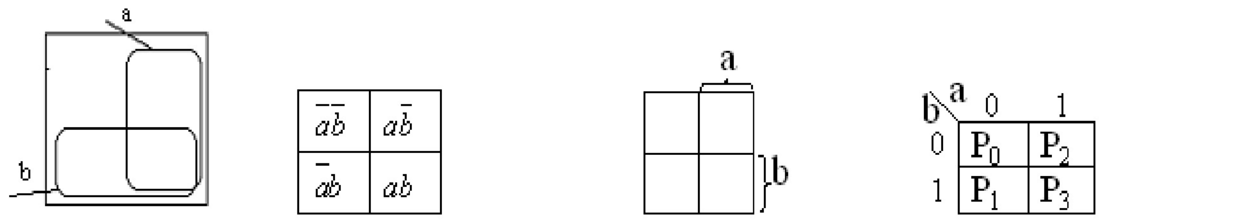


cd \ ab	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

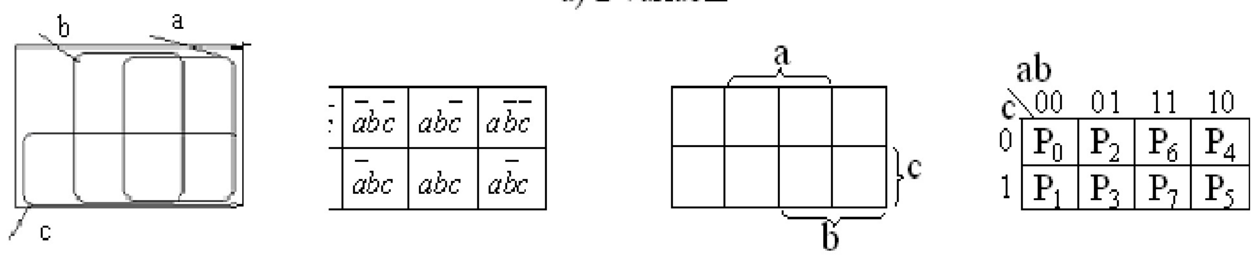
$$y = (\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}) + (\bar{a}\bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d}) =$$

$$= \bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{b}c\bar{d} = \bar{b}\bar{d}$$

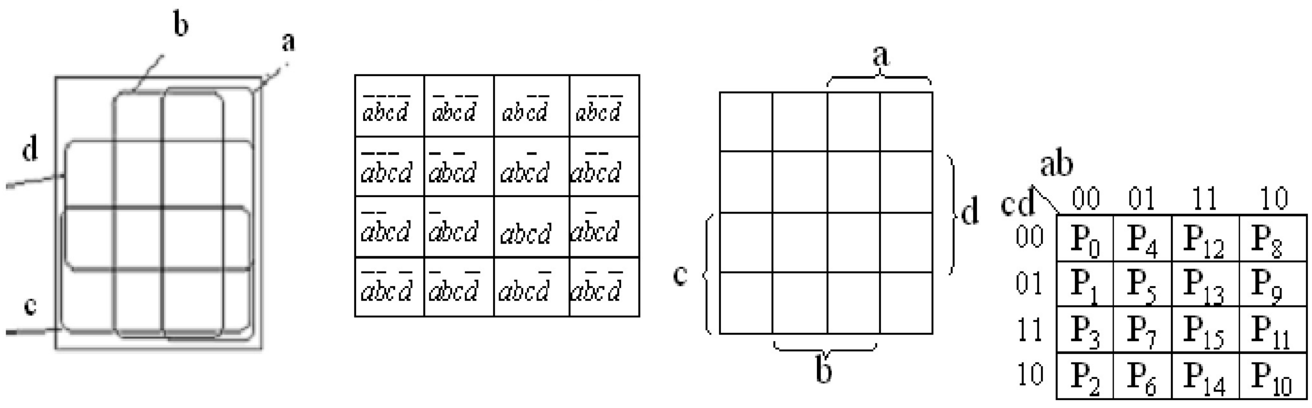
Mappe di Karnaugh



a) 2 variabili



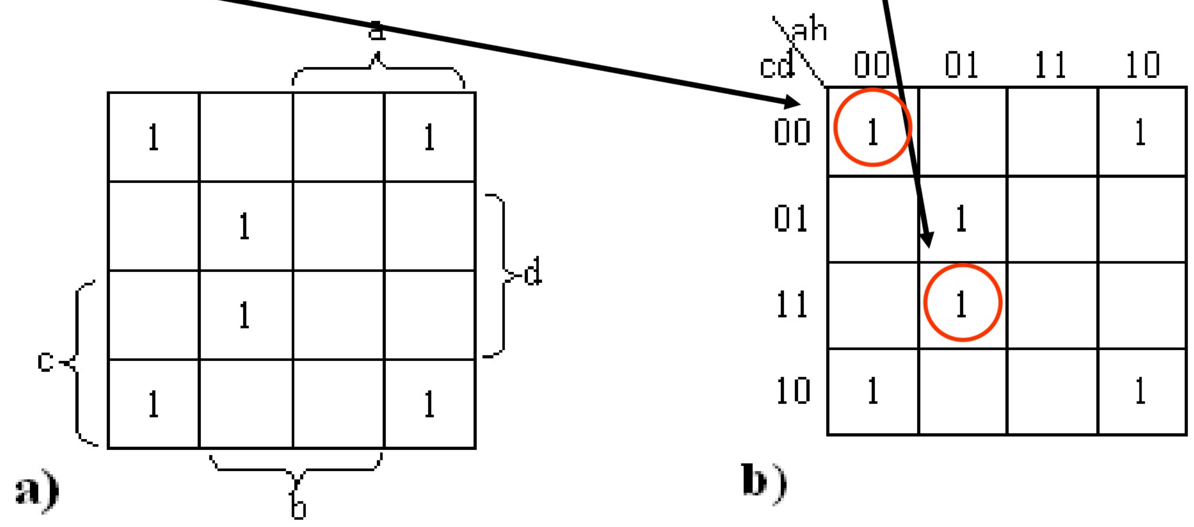
b) 3 variabili



c) 4 variabili

Rappresentazione dei mintermini sulle Mappe di Karnaugh

$$y = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b}\,c\,\overline{d} + \overline{a}\,b\,\overline{c}\,d + a\,\overline{b}\,\overline{c}\,\overline{d} + a\,\overline{b}\,c\,\overline{d} + \overline{a}\,b\,c\,d$$



Clausole sulle Mappe di Karnaugh

- Le mappe di Karnaugh consentono di individuare facilmente "consensi" nell'espressione algebrica
- Ogni singola cella rappresenta un mintermine, cioè una clausola di ordine n
- Due celle adiacenti sulle MdK sono associate a mintermini che differiscono in un solo letterale, e dunque rappresentano una clausola di ordine n-1
- Quattro celle adiacenti sulle MdK sono associate a due clausole di ordine (n-1) che differiscono in un solo letterale, e dunque rappresentano una clausola di ordine n-2
- Otto celle adiacenti sulle MdK sono associate a due clausole di ordine (n-2) che differiscono in un solo letterale, e dunque rappresentano una clausola di ordine n-3

Cubi di celle adiacenti sulle MdK

- Gruppi di due, quattro, otto celle adiacenti su una MdK sono dette “cubi”
- Un cubo rappresenta una clausola, cioè una funzione esprimibile come tipo prodotto di letterali
- Maggiore è la dimensione del cubo, minore è l’ordine della clausola, cioè il numero di letterali che in essa compaiono
- Intuitivamente, possiamo dire che rappresentare una funzione mediante cubi di area più grande conduce ad una rappresentazione con clausole con meno letterali, corrispondenti a porte AND con un minor numero di ingressi
- **I sottocubi di area massima rappresentano gli implicanti primi della funzione**

Rappresentazioni algebriche diverse di una stessa funzione

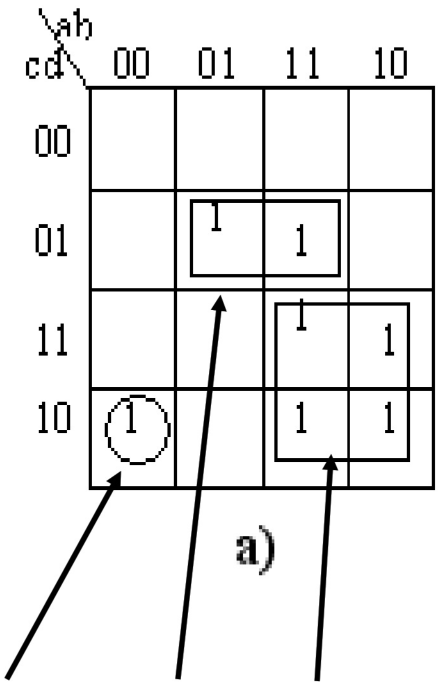
$a)\ f(x,y,z) = \overline{y}\,\overline{z} + \overline{y}\,z + \overline{x}\,y$

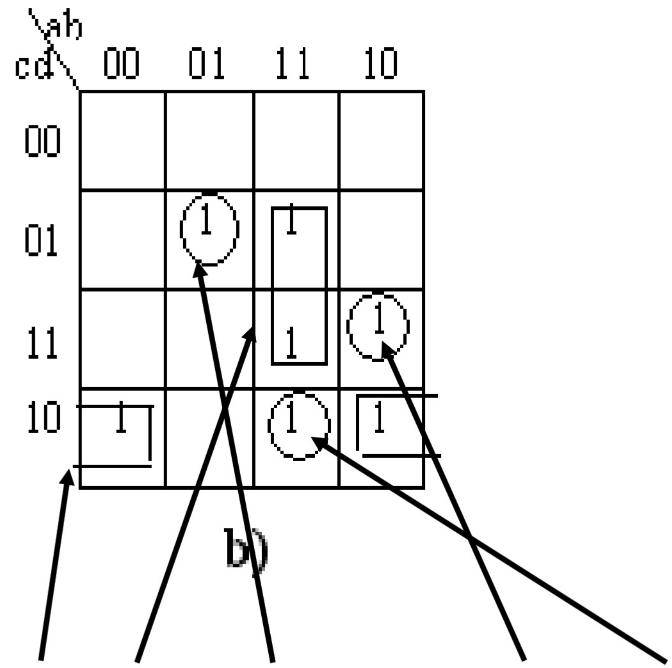
$b)\ f(x,y,z) = \overline{x} + \overline{y}$

Figura 3.10 - Esempio di due diverse coperture di una stessa funzione. La copertura di destra, essendo formata da sottocubi più ampi, fornisce la minima espressione SP.

Un uso naive delle Mappe di Karnaugh

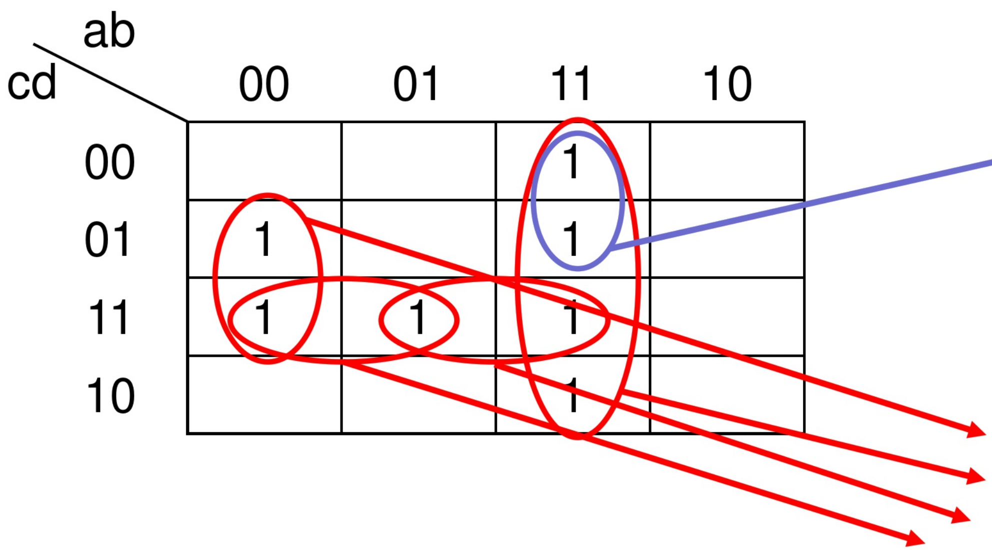
- Mediante le mappe di Karnaugh è possibile derivare espressioni diverse della stessa funzione
- Se non si segue un criterio, le espressioni algebriche ottenute sono eccessivamente "costose"





Implicanti primi sulle MdK

- Gli implicanti primi corrispondono sulle MdK a sottocubi di area massima
  - Cioè non inclusi in sottocubi «più grandi»



$a \cdot b \cdot \overline{c}$ è un implicante MA NON E' PRIMO (sottocubo non di area massima)

IMPLICANTI PRIMI

$\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot d$

$a \cdot b$

$b \cdot c \cdot d$

$\overline{a} \cdot c \cdot d$