

Elettrotecnica

Programma dettagliato del corso

Docente: Claudio Serpico

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
Anno accademico 2001-2002

1 Richiami sulle leggi dell'elettromagnetismo

Le sorgenti del campo elettromagnetico: le cariche e le correnti elettriche. Densità di carica ρ e densità di corrente $\mathbf{J}$. Equazioni di Maxwell nel vuoto in forma integrale. I campi $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ e la forza di Lorentz $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Definizioni di tensione elettrica e flusso magnetico. Equazioni di Maxwell nel vuoto in forma locale ed equazioni di raccordo. Definizione del vettore di polarizzazione $\mathbf{P}$ e cariche di polarizzazione. Definizione del vettore di magnetizzazione $\mathbf{M}$ e correnti di magnetizzazione. Equazione di Maxwell nei materiali: campi $\mathbf{H}$ e $\mathbf{D}$. Equazioni di Maxwell nei materiali in forma locale ed equazioni di raccordo. Interdipendenza delle equazioni di Maxwell. Potenziali del campo elettromagnetico: il potenziale scalare e il potenziale vettore. Equazione delle onde non omogenea per i potenziali e soluzione mediante i potenziali ritardati. Elettromagnetismo stazionario: Elettrostatica, magnetostatica e conduzione stazionaria. Conservatività del campo elettrostatico e potenziale scalare. Elettromagnetismo quasi-stazionario: modello elettro-quasi-statico (EQS) e modello magneto-quasi-statico (MQS). Tempi caratteristici di rilassamento della carica e di diffusione del campo magnetico. Criteri per decidere se il sistema è EQS o MQS.

2 Le equazioni dei circuiti

Ipotesi fondamentali della teoria dei circuiti: a) il flusso di $\mathbf{J}$ attraverso ogni superficie chiusa che non tagli gli elementi circuitali e la circuitazione di $\mathbf{E}$ su ogni linea chiusa che non buchi gli elementi circuitali sono nulle, b) la tensione ai morsetti (che si può ottenere come differenza di potenziale) e la corrente nei morsetti sono sufficienti a descrivere il comportamento di ogni elemento circuitale. Dall'ipotesi a) scaturiscono i principi di Kirchhoff: la somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo è nulla (Legge di Kirchhoff per le correnti (LKC)) e la somma delle tensioni sui bipoli di un maglia è nulla (Legge di Kirchhoff per le tensioni

(LKT)). Dall'ipotesi b) scaturisce la necessità di disporre, per ogni elemento circuitale, di un modello matematico che leghi tensione e corrente ai suoi morsetti. Tali equazioni sono le relazioni costitutive. Esempi di derivazione delle relazioni costitutive mediante la risoluzione delle equazioni di campo dei modelli stazionari e quasi-stazionari: resistore, generatore reale, condensatore e induttore. Le equazioni circuitali sono costituite dalle LKC, dalle LKT e dalle relazioni costitutive. Per semplicità ci limitiamo per il momento a reti di bipoli (modello idealizzato di elementi circuitali a due morsetti)

3 Topologia dei circuiti

Le leggi di Kirchhoff riguardano solo la connessione degli elementi circuitali e non la loro natura interna per questo motivo si dicono equazioni topologiche. Per studiare la topologia del circuito basta studiarne il Grafo. Nodi, maglie, albero e coalbero, maglie fondamentali. Matrici di incidenza di nodo A_a e di maglia B_a . Matrice di incidenza di nodo ridotta A . Matrice di incidenza delle maglie fondamentali B . Indipendenza delle LKC e delle LKT. Il numero complessivo di Leggi di Kirchhoff indipendenti è pari al numero di lati della rete. Potenziali nodali e loro legame con le tensioni di lato mediante la trasposta di A . Metodo dei potenziali nodali. Correnti di maglia e loro legame con le correnti di lato mediante la trasposta di B . Metodo delle correnti di maglia. Correnti di anello. Teorema di Tellegen: il prodotto di un vettore di tensioni che verifica le LKT ed uno di correnti che verifica le LKC è zero. Conservazione delle potenze virtuali.

4 Generalità sui bipoli

Convenzione del generatore e convenzione dell'utilizzatore. Bipoli statici (relazione tra tensione e corrente istantanea), Bipoli dinamici (relazione tra tensione e corrente dipendente dalla storia del bipolo). Esempi di bipoli statici: resistore lineare, diodo, etc. Esempi di bipoli dinamici: induttore, condensatore. Bipoli statici controllati in tensione e bipoli statici controllati in corrente: esempi. Bipoli tempo-invarianti (la relazione tra tensione e corrente non dipende esplicitamente dal tempo), Bipoli tempo-varianti (la relazione tra tensione e corrente dipende dal tempo). Esempi di bipoli tempo-invarianti: resistore, induttore, condensatore. Esempi di bipoli tempo-varianti: generatore di tensione o di corrente indipendente variabile nel tempo, interruttore, resistore lineare con resistenza variabile nel tempo con legge assegnata, condensatore (lineare) con capacità variabile nel tempo con legge assegnata, etc. Connessione serie e parallelo di bipoli. Concetto di equivalenza tra bipoli.

5 Proprietà energetiche dei bipoli

Definizione della potenza p elettrica assorbita da un bipolo ($p = v i$, se si è fatta la convenzione dell'utilizzatore). Definizione della potenza elettrica $\hat{p}$ erogata da un

bipolo ($\hat{p} = -v i$, se si è fatta la convenzione dell'utilizzatore). Conservazione delle potenze elettriche: la somma delle potenze elettriche assorbite è pari a quella delle potenze erogate (o equivalentemente la somma delle potenze assorbite (erogate) è zero). Discussione del significato fisico del prodotto $v i$ mediante l'applicazione del teorema di Poynting alla superficie limite del dispositivo. Bilancio delle potenze in termini di campi elettromagnetici. Connessione della potenza elettrica ai morsetti con la potenza dissipata e con la variazione di energia elettromagnetica interna al dispositivo nei casi del resistore, condensatore e induttore lineari e tempo-invarianti. Definizione dell'energia elettrica assorbita (erogata) come integrale in un certo intervallo di tempo della potenza elettrica assorbita (erogata). Definizione di bipolo passivo: un bipolo passivo non può erogare più energia di quanta non ne abbia precedentemente immagazzinata. Un bipolo che non sia passivo si dice attivo. Proprietà energetiche dei bipoli statici. Bipoli statici passivi, attivi e strettamente passivi: esempi. Proprietà energetiche dei bipoli dinamici tempo invarianti. Dimostrazione del fatto che il condensatore lineare tempo invariante e l'induttore lineare tempo invariante sono bipoli passivi. Cenni sul caso degli induttori e condensatori non lineari tempo invarianti.

Reti con un solo bipolo attivo e tutti bipoli strettamente passivi: teoremi di non amplificazione delle corrente e delle tensioni.

6 Reti di resistori lineari

Serie e parallelo di resistori¹. Calcolo della resistenza equivalente di insiemi di resistori. Partitore di corrente e di tensione. Serie e parallelo di un resistore con un generatore ideale di corrente e tensione. Proprietà generali delle reti di resistori lineari e generatori indipendenti: linearità delle equazioni circuitali. Principio della sovrapposizione degli effetti. Teoremi dei generatori equivalenti di Thevenin e di Norton. Teoremi di reciprocità.

7 Elementi circuitali a più terminali

N-poli. Correnti e tensioni descrittive associate ad un N-polo. Relazioni costitutive di un N-polo. Grafo associato ad un N-polo. Generalizzazione dell'analisi della topologia circuitale ai circuiti che contengono N-poli. Potenza elettrica assorbita (erogata) da un N-polo. Significato fisico della potenza elettrica assorbita da un N-polo. Generalizzazione del principio della conservazione delle potenze ai circuiti di N-poli.

M-porte. Definizione di M-porte. Caso particolare: il doppio bipolo. Relazioni costitutive di un M-porte. Grafo associato ad un M-porte. Generalizzazione dell'analisi della topologia circuitale ai circuiti che contengono M-porte. Potenza elettrica assorbita ed erogata da un M-porte (legame con la potenza assorbita dall'M-

¹Da questo punto in avanti con il termine resistore intenderemo, salvo avviso contrario, il resistore lineare e tempo invariante

porte visto come 2M-polo). Il transistoro bipolare e l'amplificatore operazionale. Generatori controllati lineari. Il giratore. Il trasformatore ideale. N-poli di resistori lineari. Caratterizzazione di un N-polo di resistori lineari. Matrice G dell'N-polo di resistori lineari e sue proprietà. N-poli a poligono ed N-poli a stella. Trasformazione stella-poligono (cfr.[2], pp. 87-97). Trasformazioni stella-triangolo. Calcolo della resistenza equivalente di circuiti in cui sono presenti configurazioni a stella e a triangolo. Caratterizzazione di un doppi bipoli lineari contenenti: resistori lineari, generatori pilotati e generatori indipendenti. Matrici G , R e H . Matrici di trasmissione T (cfr.[2] pp.104-106). Proprietà delle matrici G , R e H nel caso di doppi bipoli contenenti solo componenti reciproci. Sintesi di un doppio bipolo, schemi a "T" e a "II". Cenni sulla caratterizzazione degli M-porte con numero arbitrario di porte. Induttori accoppiati. Reciprocità (cfr.[2], pp.188-191), relazione tra la mutua induttanza e le auto-induttanze, energia immagazzinata e passività, accoppiamento perfetto, circuito equivalente con trasformatore ideale.

8 Transitorio e regime nei circuiti del primo ordine e regime stazionario in circuiti di ordine qualsiasi

Circuiti del primo ordine, ovvero circuiti contenenti un solo elemento dinamico: circuiti RC e circuiti RL. Riduzione dei circuiti RC ed RL alla forma con un solo generatore e un solo resistore mediante l'applicazione dei teoremi di Thevenin e Norton. Equazione differenziale dei circuiti RC ed RL. Decomposizione della soluzione in termine di regime e termine transitorio. Costanti di tempo nei circuiti RC ed RL. Calcolo del termine di regime nei circuiti del primo ordine nel caso di generatori costanti. Calcolo del termine di regime nei circuiti del primo ordine nel caso di generatori sinusoidali.

Calcolo del termine di regime nei circuiti di ordine qualsiasi: sostituzione dei condensatori con circuiti aperti e degli induttori con corti circuit. Il calcolo del regime stazionario si riconduce al calcolo delle reti senza elementi dinamici.

9 Circuiti lineari in regime sinusoidale

Circuiti lineari in regime sinusoidale: grandezza sinusoidale, fasore rappresentativo di una grandezza sinusoidale, proprietà dei fasori. Numeri complessi: richiami sulle operazioni con i numeri complessi. Analisi dei circuiti in regime sinusoidale tramite il metodo dei fasori: impedenza e di ammettenza, impedenza ed ammettenza dei bipoli lineari canonici, reti di impedenze. Proprietà delle reti di impedenze: potenziali di nodo, correnti di maglia, conservazione della potenza virtuale complessa, sovrapposizione degli effetti, equivalenze serie e parallelo, partitore di tensione e di corrente, bipolo di impedenze, teorema di Thevenin-Norton, reciprocità, carat-

terizzazione di un bipolo di impedenze, diagrammi fasoriali. M-porte e N-poli di impedenze: matrici di rappresentazione e loro proprietà.

Potenza ed energia elettrica in regime sinusoidale: potenza media, potenza complessa, potenza reattiva, potenza apparente, conservazione delle potenze medie e delle potenze reattive, proprietà energetiche dei bipoli. Reti in regime periodico e reti in regime quasi-periodico. Fenomeno della risonanza. Sistemi elettrici di potenza e reti trifase: valore efficace, rifasamento, trasmissione dell'energia elettrica, generatore trifase, carico equilibrato e squilibrato.

10 Circuiti dinamici lineari

Sistema di equazioni fondamentali e circuito resistivo associato. Equazioni di stato e variabili di stato. Continuità delle variabili di stato di un circuito: proprietà delle grandezze di stato, impulso di Dirac. Circuiti dinamici del primo e del secondo ordine. Problema delle condizioni iniziali. Soluzione dei circuiti tempo-invarianti del primo e del secondo ordine. Studio delle proprietà delle frequenze naturali. Evoluzione libera ed evoluzione forzata. Circuiti dissipativi e circuiti conservativi. Termine transitorio e termine di regime. Regime stazionario e regime sinusoidale. Circuiti dinamici lineari tempo-invarianti di ordine qualsiasi. Un esempio di analisi di circuito dinamico non lineare: il raddrizzatore a ponte di diodi.

11 Circuiti lineari tempo-invarianti

Circuiti in evoluzione forzata. Integrale di convoluzione. Risposta all'impulso unitario, metodi di calcolo e proprietà, risposta al gradino unitario. Trasformata di Laplace: regione di convergenza e proprietà. Analisi dei circuiti in evoluzione forzata tramite la trasformata di Laplace: impedenza operatoriale, impedenze operatoriali dei bipoli canonici, circuiti di impedenze operatoriali, proprietà delle reti di impedenze operatoriali, sovrapposizione degli effetti, generatore equivalente (di tensione e di corrente). Analisi di circuiti in evoluzione generica tramite la trasformata di Laplace: applicazione della trasformata di Laplace alle reti in evoluzione generica, simulazione dello stato iniziale tramite generatori impulsivi.

12 Cenni di teoria dei campi e del potenziale [4]

Proprietà generali dei campi vettoriali. Solenoidalità, Indivergenza, Conservatività e Irrotazionalità. "Ortogonalità" dei campi solenoidali e conservativi. Equazioni di campo stazionario in forma integrale: unicità della soluzione. Modello della conduzione stazionaria: necessità dei campi elettromotori. Teorema di rappresentazione di Helmholtz.

Teoria del potenziale. Identità di Green. Unicità dei problemi a valori al contorno per l'equazione di Poisson. Proprietà del potenziale coulombiano. Delta di Dirac e laplaciano del potenziale coulombiano. Generalizzazione delle identità di Green e

terza identità Funzione di Green per l'equazione di Poisson. Risoluzione dei problemi ai valori al contorno mediante la funzione di Green.

Riferimenti bibliografici

- [1] G. Miano, Lezioni di Elettrotecnica, ed. CUEN, 1998.
- [2] L. De Menna, Elettrotecnica, ed. Pironti, Napoli, 1998.
- [3] L.O. Chua, C.A. Desoer, E.S. Kuh, Circuiti Lineari e Non Lineari, Jackson, 1991.
- [4] C. Serpico, Note sulla teoria dei campi e del potenziale, Appunti dalle lezioni 2002