

Si determini il valore medio della seguente distribuzione del numero di pratiche evase dagli impiegati di un certo comune, in una data settimana lavorativa:

|                   |   |   |   |   |   |   |    |        |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|----|--------|
| N° pratiche evase | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 16 | Totale |
| Impiegati         | 5 | 4 | 3 | 5 | 3 | 1 | 1  | 22     |

Applicando la formula della media per le seriazioni, si ottiene:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{n} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 16 \cdot 1}{22} = \frac{101}{22} = \mathbf{4,59}$$

Data una progressione aritmetica di 15 termini  $a_i$ , di ragione e valore iniziale,  $a_1$ , pari a 5,

- a) determinarne la media aritmetica, possibilmente senza calcolare i singoli valori;
- b) stabilire come si modifica tale media se alla progressione degli  $a_i$  viene applicata la trasformazione lineare:  $b_i = 1 + 3 a_i$ .

a) Sappiamo che  $a_i = 5i$  e che la media aritmetica non è altro che il termine centrale della progressione. Infatti, in generale:

$$m_a = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n 5i}{n} = \frac{5}{n} \sum_{i=1}^n i = \frac{5}{n} \frac{n(n+1)}{2} = 5 \frac{(n+1)}{2}$$

e per  $n=15$  la media risulta pari a **40**.

b)

$$\mu_b = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (1 + 3a_i)}{n} = 1 + 3 \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} = 1 + 3m_a = 1 + 3 \cdot 40 = \mathbf{121}$$

La produzione totale di una certa azienda proviene da cinque diverse unità produttive; per ciascuna di esse si conosce il numero dei dipendenti e la loro anzianità media di servizio (espressa in anni). Si calcoli l'anzianità media del complesso dei dipendenti dell'azienda.

| Unità produttive | Numero di addetti | Anzianità media (anni) |
|------------------|-------------------|------------------------|
| I                | 100               | 15,3                   |
| II               | 85                | 23,6                   |
| III              | 116               | 8,8                    |
| IV               | 59                | 13,2                   |
| V                | 78                | 4,8                    |
| Totale           | 438               |                        |

Dato un collettivo suddiviso in gruppi, la media aritmetica di un certo carattere sull'intero collettivo può essere ottenuta come media aritmetica ponderata delle medie aritmetiche calcolate per ciascun gruppo. Infatti, considerata la seguente tabella di frequenza, riferita al carattere X (che presenti  $r$  differenti modalità) e ai  $k$  possibili gruppi in cui suddividere l'intero collettivo:

|                | G <sub>1</sub>  | ... | G <sub>j</sub>  | ... | G <sub>k</sub>  | Tot.            |
|----------------|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----------------|
| X <sub>1</sub> | n <sub>11</sub> | ... | n <sub>1j</sub> | ... | n <sub>1k</sub> | n <sub>1.</sub> |
| ...            |                 |     |                 |     |                 |                 |
| X <sub>i</sub> | n <sub>i1</sub> | ... | n <sub>ij</sub> | ... | n <sub>ik</sub> | n <sub>i.</sub> |
| ...            |                 |     |                 |     |                 |                 |
| X <sub>r</sub> | n <sub>r1</sub> | ... | n <sub>rj</sub> | ... | n <sub>rk</sub> | n <sub>r.</sub> |
| Tot.           | n <sub>.1</sub> | ... | n <sub>.j</sub> | ... | n <sub>.k</sub> | n <sub>.</sub>  |

si può notare come la media aritmetica del carattere X per il complesso delle  $n$  unità statistiche, data dal rapporto tra l'ammontare complessivo A del carattere (ovvero dalla somma di tutte le  $n$  intensità osservate) e la numerosità del collettivo, possa essere espressa in funzione degli ammontari di carattere calcolati per ciascun gruppo. In formule:

$$m_x = \frac{A}{n_{..}} = \frac{\sum_{i=1}^r X_i n_{i.}}{n_{..}} = \frac{\sum_{i=1}^r X_i \sum_{j=1}^k n_{ij}}{n_{..}} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k X_i n_{ij}}{n_{..}} = \frac{\sum_{i=1}^r A_j}{n_{..}}$$

Inoltre, indicando con  $\mu_j$  la media del carattere X limitatamente al gruppo  $j$ -esimo e considerando che:

$$m_j = m(X | G_j) = \frac{\sum_{i=1}^r X_i n_{ij}}{n_{.j}} = \frac{A_j}{n_{.j}}, \quad \text{si ha : } A_j = m_j n_{.j}.$$

Per cui diventa :

$$m_x = \frac{\sum_{j=1}^k m_j n_{.j}}{n_{..}}$$

e questa non è altro che l'espressione di una media aritmetica ponderata, dove le quantità da sintetizzare sono proprio le medie aritmetiche calcolate per i singoli gruppi.

**L'anzianità media aziendale risulta pertanto:**

$$\frac{15,3 \cdot 100 + 23,6 \cdot 85 + 8,8 \cdot 116 + 13,2 \cdot 59 + 4,8 \cdot 78}{100 + 85 + 116 + 59 + 78} = \frac{5710}{438} = \mathbf{13,04}$$