

I

Si hanno due scatole:

La prima scatola contiene due monete di cui una equilibrata ed una truccata.

La seconda scatola contiene tre monete di cui una equilibrata e due truccate.

Le monete truccate sono truccate in modo che, una volta lanciate diano testa con probabilità 2/3. Le monete sono indistinguibili. Si prende a caso una scatola e quindi una moneta. La si lancia tre volte ed il risultato è T-T-T (tre volte testa).

A) Qual è la probabilità che la moneta sia truccata?

1 bis Si deve testare i circuiti stampati prodotti in un certo stabilimento sono o meno difettosi. I circuiti stampati regolari hanno una durata che segue una legge esponenziale con media 20 anni. I circuiti difettosi hanno una durata che segue una legge esponenziale con media 10 anni.

Si fa quindi l'ipotesi H0 che i circuiti stampati provenienti dallo stabilimento in questione abbiano una durata media di 20 anni contro l'ipotesi alternativa H1 che la durata media sia di 10 anni.

Il numero di circuiti da campionare è pari a 100 (misurandone la durata) e la regola di decisione è quella di accettare H0 se la durata media del campione è maggiore di 15.

A) Calcolare la somma delle probabilità α e β connesse con un errore del primo e del secondo tipo.

2

Un'urna contiene sei biglie tre sono segnate con il numero 2, 2 con il numero 3 e una con il numero 4. Si estraggono due biglie (senza reimmissione). Si indichi con X il prodotto dei numeri delle due biglie estratte e con Y la somma.

- A) Trovare la distribuzione di probabilità congiunta di X e Y
- B) Trovare le distribuzioni di probabilità marginali di X e di Y.
- C) Trovare la covarianza di X e Y.
- D) X e Y sono indipendenti?

3 Si abbiano le seguenti triple di valori per x,y e z:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	11.7	11.6	8.5	35.5	37.2	21.7	18.0	37.2	24.7	23.1	25.0	27.5	14.4	37.1	21.2	15.0
y	22.5	20.2	30.3	25.3	25.7	26.5	21.2	18.5	33.4	37.6	31.9	9.0	30.1	22.5	34.6	4.7
z	37.3	35.4	28.3	85.6	88.8	57.1	48.5	88.9	62.0	56.2	62.4	69.0	41.6	88.4	54.4	42.0

Trovare le rette di regressione per z funzioni di x e y.

Determinare se z è più correlata con x o y.

4

Si abbia un processo markoviano a 3 stati regolato dalla seguente matrice di transizione:

	A	B	C
A	0	0.6	0.4
B	0.5	0	0.5
C	0.2	0.8	0

A) Determinare, se il processo va avanti all'infinito, quali saranno le probabilità che il sistema si trovi in ognuno dei tre stati.

1 Si abbia una moneta tale che sia $p=1/2$ la probabilità di testa e $q=1-p$ la probabilità di croce per un singolo lancio. Si lancia quattro volte la moneta. Sia X il numero di volte che a testa segue immediatamente croce, sia inoltre Y il numero di volte che a testa segue testa.

- E) Trovare la distribuzione di probabilità congiunta di X e Y
- F) Trovare le distribuzioni di probabilità marginali di X e di Y.
- G) Trovare la covarianza di X e Y.
- H) X e Y sono indipendenti?

2

Si ha un campione composto da 126 misure di velocità istantanee di autoveicoli. I valori misurati sono i seguenti:

velocità (km/h)	40	45	50	55	60	65
Numero di veicoli	21	10	20	43	20	12

Calcolare:

- A) Lo scarto quadratico medio del campione S_x con : $S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$.
- B) Assumendo che la distribuzione delle velocità sia normale si stimi la varianza delle velocità impiegando un intervallo di confidenza al 95%.

3 Si hanno due campioni di numerosità $n_x=7$ ed $n_y=6$ con:

$$S_x^2 = 0.0981 \text{ e } S_y^2 = 0.1216$$

- C) Si può affermare con $\alpha=0.02$ che le varianze delle due popolazioni da cui provengono i campioni sono uguali? (applicare un test delle ipotesi stabilendo il valore della statistica sperimentale da utilizzare, la regola di decisione e infine la decisione presa)

4 Un giocatore ha tre Euro. Egli scommette un Euro alla volta e ha probabilità di vincere 1 Euro pari a $p=1/2$ e di perdere 1 Euro pari a $q=1-p$. Il gioco termina se il giocatore perde tutto o se vince 5 Euro.

- A) Qual è la probabilità che il gioco duri più di cinque giocate ?
- B) Qual è la probabilità di restare senza soldi dopo aver effettuato 5 giocate.