

**1**

Un'urna contiene tre biglie numerate così:

3, 4 e 5.

Si estraggono due biglie (senza reimmissione). Si indichi con X il primo numero estratto e con Y il numero più grande estratto.

- Trovare la distribuzione di probabilità congiunta di X e Y
- Trovare le distribuzioni di probabilità marginali di X e di Y.
- Trovare la covarianza di X e Y.
- X e Y sono indipendenti?

**2** Un magazzino contiene un gran numero di lampadine provenienti da una partita difettosa per provare l'ipotesi H0 che la percentuale di lampadine difettose sia del 20 % contro l'ipotesi alternativa H1 che la percentuale delle lampadine difettose sia pari al 30 % si adotta la seguente regola di decisione estraendo a caso 100 lampadine:

- se 25 o più lampadine sono difettose si rifiuta H0;
  - se 24 o meno lampadine sono difettose si accetta H0;
- Trovare la probabilità di rifiutare l'ipotesi H0 quando invece è corretta.
  - Trovare la probabilità di accettare l'ipotesi H0 quando invece è corretta H1. (utilizzare l'approssimazione normale alla binomiale)

**3** La scatola A contiene 11 carte numerate da 1 a 11, e la scatola B contiene 6 carte numerate da 1 a 6. Si sceglie una scatola a caso con probabilità eguali (1/2) e se ne estraggono due carte; se entrambe le carte hanno un numero pari, qual è la probabilità che provengano dalla scatola A?

**4**

Si abbia un processo markoviano a 3 stati regolato dalla seguente matrice di transizione:

	A	B	C
A	0	0.9	0.1
B	0.1	0	0.9
C	0.3	0.7	0

A) Determinare, se il processo va avanti all'infinito, quali saranno le probabilità che il sistema si trovi in ognuno dei tre stati.

**1**

Si hanno tre scatole A, B e C che contengono rispettivamente :

- La scatola A contiene 10 lampadine di cui 5 difettose.
- La scatola B contiene 8 lampadine di cui 2 difettose.
- La scatola C contiene 7 lampadine di cui 2 difettose.

Si sceglie una scatola a caso con probabilità eguali (1/3) e se ne estraggono due lampadine.

- Qual è la probabilità che entrambi le lampadine siano difettose?
- Se entrambe le lampadine sono difettose qual è la probabilità che siano state estratte dalla scatola A?

**2**

Si ha un campione composto da 154 misure di velocità istantanee di autoveicoli. I valori misurati sono i seguenti:

velocità (km/h)	40	45	50	55	60	65
Numero di veicoli	26	26	37	28	15	22

Calcolare:

A) Lo scarto quadratico medio del campione  $S_x$  con la radice quadrata di:

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

B) Assumendo che la distribuzione originaria delle velocità sia normale si stimi la varianza delle velocità impiegando un intervallo di confidenza al 99%.

**3**

L'impianto d'illuminazione di una stanza è composto da 4 lampadine usate accese contemporaneamente. La durata media di ogni lampadina è di 10 anni.

- Qual è la probabilità di restare al buio nella stanza nei primi 5 anni di uso dell'impianto se non è possibile cambiare le lampadine? (Utilizzare la distribuzione esponenziale negativa per rappresentare il tempo di durata delle lampadine)

**4**

Si abbia un processo markoviano a 3 stati regolato dalla seguente matrice di transizione:

	A	B	C
A	0	0.7	0.3
B	0.8	0	0.2
C	0.9	0.1	0

A) Determinare, se il processo va avanti all'infinito, quali saranno le probabilità che il sistema si trovi in ognuno dei tre stati.

**1**

Si hanno tre scatole A,B e C che contengono rispettivamente :

- La scatola A contiene 10 lampadine di cui 5 difettose.
- La scatola B contiene 8 lampadine di cui 2 difettose.
- La scatola C contiene 7 lampadine di cui 2 difettose.

Si sceglie una scatola a caso con probabilità eguali (1/3) e se ne estrae una lampadina.

- c) Qual è la probabilità che la lampadina sia difettosa?
- d) Se la lampadina è difettosa qual è la probabilità che sia stata estratta dalla scatola A?

**2**

Si ha un campione composto da 154 misure di velocità istantanee di autoveicoli. I valori misurati sono i seguenti:

velocità (km/h)	40	45	50	55	60	65
Numero di veicoli	26	26	37	28	15	22

Calcolare:

- A) Lo scarto quadratico medio del campione  $S_x$  con la radice quadrata di:

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- B) Assumendo che la distribuzione originaria delle velocità sia normale si stimi la media delle velocità impiegando un intervallo di confidenza al 99%.

**3**

La durata media di ognuno dei pneumatici di una determinata automobile è di 5 anni.

- a) Qual è la probabilità di dover ricorrere alla ruota di scorta nei primi 5 anni di uso dell'automobile?

(Utilizzare la distribuzione esponenziale negativa per rappresentare il tempo di durata dei pneumatici)

**4**

In un aula sono presenti 7 studenti nati nell'anno 1970.

- a) Qual è la probabilità che almeno due di loro siano nati lo stesso giorno?
- b) Se gli studenti sono 30 qual è la probabilità che almeno due di loro siano nati lo stesso giorno? (si consideri l'anno 1970 composto di 365 giorni)