

CALCOLO COMBINATORIO

Temi considerati

1) Permutazioni:

- oggetti tutti distinti
- oggetti non tutti distinti

2) Disposizioni

3) Combinazioni:

- oggetti tutti distinti
- oggetti non tutti distinti

Elementi forniti

- 1) Definizione generale
- 2) Origine della formula
- 3) Esempi
- 4) Regole principali

PERMUTAZIONI di oggetti tutti distinti

Definizione

Il numero delle *permutazioni di n oggetti distinti* è uguale al numero dei gruppi che si possono formare ordinando gli n oggetti in tutti i modi diversi possibili.

Ogni gruppo differirà da ogni altro gruppo per la *posizione* occupata da almeno uno degli n oggetti.

Il loro numero è dato dalla relazione:

$$P(n) = n!$$

PERMUTAZIONI di oggetti tutti distinti

Esempio

Oggetti: a, b, c

Permutazioni possibili: $3!=6$

$abc, acb, bac, \underline{bca}, cab, cba$

Oggetti: a, b, c, d

Nella permutazione bca , ad es., si può aggiungere d e avere

$\underline{d}bca, b\underline{d}ca, bc\underline{d}a, bcad$

Poiché le permutazioni di 3 oggetti sono 6, aggiungendo il quarto oggetto in tutti i modi possibili si otterrà il numero di permutazioni di 4 oggetti, cioè

$$P(4) = 4.P(3) = 4 \times 6 = 24.$$

PERMUTAZIONI di oggetti non tutti distinti

Definizione

Se degli n oggetti a sono uguali fra loro, b uguali fra loro, c uguali fra loro, ecc., l'insieme delle *permutazioni possibili con n oggetti non tutti distinti* fra loro sarà dato dalla relazione:

$$P(n; a, b, c, \dots) = \frac{n!}{a!b!c! \dots}$$

PERMUTAZIONI di oggetti non tutti distinti

Esempio

Oggetti: a, b, c, d

Permutazioni possibili: $4!=24$

$abcd, abdc, acbd, acdb, adbc, adcb,$
 $bacd, badc, cabd, cadb, dabc, dacb,$
 $bcad, bdac, cbad, cdab, dbac, dcab,$
 $bcda, bdca, cbda, cdba, dbca, dcba.$

Se $b=a$ e $c=d$, avremo:

$aadd, aadd, adad, adda, adad, adda,$
 $aadd, aadd, daad, dada, daad, dada,$
 $adad, adad, daad, ddaa, daad, ddaa,$
 $adda, adda, dada, ddaa, dada, ddaa.$

cioè soltanto le $6 = 4!/(2!2!)$ permutazioni diverse:

$aadd, adad, ada, daad, dada, ddaa$

TENNESSE

Permutazioni possibili: $8!=40320$

Poichè abbiamo:

3 E

2 N

2 S

soltanto:

$$1680 = 8!/(2!2!3!)$$

saranno permutazioni diverse !

IL PROBLEMA DEL COMPLEANNO

Qual è la probabilità che in un gruppo di r persone vi siano almeno due con la stessa data di nascita? (La risposta si ottiene calcolando prima la probabilità che nessuno abbia la stessa data di nascita):

$$p_r = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - r + 1)}{365^r}$$

10	.8830518
20	.5885616
30	.2936838
40	.1087682
50	.0296264
60	.0058773
70	.0008404
80	.0000857
90	.0000062
100	.0000003
20	.5885616
21	.5563117
22	.5243047
23	.4927028
24	.4616557
25	.4313003