Esempio: Intervallo di confidenza per la media (t Student). La durata media di un campione casuale di n = 10 lampade è X = 4000 ore con scarto quadratico medio s = 200 ore. In generale si assume che la durata media delle lampade sia distribuita in modo approssimativamente normale. Si stima un intervallo di confidenza del 95 per cento, procedendo in questo modo:

$$\begin{aligned}\text{Int. } 95\% &= \bar{X} \pm t_{y} s_{\bar{x}} \\ &= 4000 \pm (2.262)(63.3) \\ &= \text{da } 3856 \text{ a } 4143.2 \cong \text{da } 3857 \text{ a } 4143 \text{ h.}\end{aligned}$$

dove:

$$\bar{X} = 4000 \text{ (come indicato)}$$

$$t_{df} = t_{n-1} = t_9 = 2.262$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{200}{\sqrt{10}} = \frac{200}{3.16} = 63.3$$

Esempio intervallo di confidenza per la media ottenuto mediante la distribuzione normale: Lo scarto quadratico medio della durata di un cinescopio televisivo di una certa marca sia σ=500, non si conosce la durata media. Si assume che la durata media dei cinescopi sia distribuita in modo normale. Per un campione con n = 15 la vita media è X = 8900 h. Si costruisca l'intervallo di confidenza al 95 per cento. (In questo caso si può utilizzare la distribuzione normale poiché la popolazione è distribuita normalmente e σ è noto.)

$$a) \quad \bar{X} \pm z\sigma_{\bar{x}} = 8900 \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 8900 \pm 1.96 \frac{500}{\sqrt{15}} = 8900 \pm 1.96 \left(\frac{500}{3.87}\right)$$

$$= 8900 \pm 1.96(129.20) = \text{da } 8647 \text{ a } 9153 \text{ h}$$

Determinazione della dimensione del campione richiesta per la stima della media.

Si suppone di conoscere la dimensione desiderata di un intervallo di confidenza ed il grado di confidenza da associare a quell'intervallo. Se si conosce σ, applicando la distribuzione normale si può determinare la dimensione che il campione deve avere:

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2$$

Nella formula qualsiasi n inferiore a 30 dove essere aumentato fino a 30 poiché la formula è basata sull'impiego della distribuzione normale.

Esempio: Determinazione della dimensione del campione richiesta per la stima della media.

L'analista di un ufficio dei personale desidera stimare il numero medio annuo di ore di addestramento per il personale di una divisione, entro più o meno 3 ore e con un grado di confidenza del 90 per cento. Basandosi sui dati relativi ad altre divisioni egli sa che lo scarto quadratico medio delle ore di addestramento sia σ pari a 20 ore.
La dimensione minima che il campione deve avere è:

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{(1.65)(20.0)}{3}\right)^2 = \left(\frac{33.0}{3}\right)^2 = 11^2 = 121$$

Esempio: Determinazione della dimensione del campione richiesta per la stima della media.

Si desidera stimare la spesa mcdia per cliente in un negozio. Sulla base dei dati relativi ad altri negozi si stima che lo scarto quadratico medio σ di queste spese è approssimativamente uguale 0.80 Euro.

Qual è la dimensione minima del campione che si deve ottenere se vuole stimare la spesa media entro 25 centesimi con un grado di confidenza del 99 per cento?

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left[\frac{(2.58)(0.80)}{0.25}\right]^2 = (8.256)^2 = 68.16 \cong 69$$

Esempio: Determinazione della dimensione del campione richiesta per la stima della media.

Qual é la dimensione minima che il campione deve avere se non si assume che la distribuzione delle spese sia normale e l'acquirente del negozio desidera stimare la spesa media entro 50 centesimi e con un grado di confidenza del 99 per cento?

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left[\frac{(2.58)(0.80)}{0.50}\right]^2 = (4.128)^2 = 17.04 \cong 18$$

Quindi n=30 !

TAVOLA RIEPILOGATIVA DELLA STIMA INTERVALLO DELLA MEDIA DELLA POPOLAZIONE

popolazione	dimensione del campione	σ noto	σ incognito
distribuita normalmente	grande ($n \geq 30$)	$\bar{X} \pm z\sigma_{\bar{x}}$	$\bar{X} \pm zs_{\bar{x}}$**
	piccola ($n < 30$)	$\bar{X} \pm z\sigma_{\bar{x}}$	$\bar{X} \pm ts_{\bar{x}}$
non distribuita normalmente	grande ($n \geq 30$)	$\bar{X} \pm z\sigma_{\bar{x}}$*	$\bar{X} \pm zs_{\bar{x}}$†
	piccola ($n < 30$)	$\bar{X} \pm k\sigma_{\bar{x}}$ dove $1 - 1/k^2$ è definito applicando la disuguaglianza di Tchebycheff	$\bar{X} \pm ks_{\bar{x}}$†† dove $1 - 1/k^2$ è definito applicando la disuguaglianza di Tchebycheff

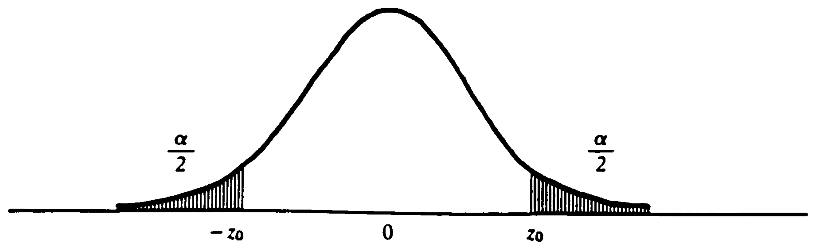
* Si applica il teorema dei limite centrale - **Si impiega z come approssimazione di t - †Si applica il teorema del limite centrale e si impiega z come approssimazione di t - ††Alcuni statistici considerano questo intervallo inaccettabile a causa delle fluttuazioni dei valore di S_x nel caso di campioni piccoli.

Esempio intervallo di confidenza per la media ottenuto mediante la distribuzione normale:

- 36 osservazioni da una popolazione normale con σ^2 pari a 9 e per il quale è risultato $\bar{X}$= 10, l'intervallo di confidenza per μ al 95%, cioè con un α=0,05 sarà:

$$\left(10 - 1{,}96\frac{3}{6};\ 10 + 1{,}96\frac{3}{6}\right),$$

9,02 < μ < 10, 98 con un livello di confidenza del 95 %.



ESEMPIO Un campione di **30** dipendenti ha salario settimanale medio di **180** Eu. con scarto quadratico medio **S=14** Eu. Si sa che i salari sono distribuiti in modo approssimativamente normale. L'intervallo di confidenza al 95 per cento utilizzabile per stimare lo scarto quadratico medio dei salari settimanali è:

$$\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\nu,\ \text{superiore}}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\nu,\ \text{inferiore}}}}$$

$$\sqrt{\frac{(29)(196.00)}{\chi^2_{29,\,0.975}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(29)(196.00)}{\chi^2_{29,\,0.025}}}$$

$$\sqrt{\frac{5684.00}{45.72}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{5684.00}{16.05}}$$

$$\sqrt{124.3220} \leq \sigma \leq \sqrt{354.1433}$$

$$11.15 \leq \sigma \leq 18.82$$