1) Si supponga che X e Y siano variabili casuali indipendenti aventi rispettivamente le seguenti funzioni di probabilità:

| $X_i$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $f(x_i)$ | .6 | .4 |

| $Y_i$ | -2 | 5 | 8 |
|---|---|---|---|
| $f(x_i)$ | .3 | .5 | .2 |

Si determini la funzione di probabilità congiunta di X e Y, e si verifichi che Cov (X, Y) = 0.

2) Si estraggano a caso due carte da una scatola contenente cinque carte numerate 2,2,3,4 e 4. Designamo con Y il massimo fra i due numeri estratti e con X la loro somma.
Si determini la funzione di probabilità congiunta di X e Y.

3) Un professore dà un questionario di 100 domande ad uno studente. Per provare l'ipotesi H0 che lo studente stia tirando a indovinare, il professore adotta la seguente regola di decisione:
(A) se 70 o più risposte sono corrette, lo studente non ha tirato a indovinare;
(B) se meno di 70 risposte sono corrette, lo studente ha tirato a indovinare.
Trovate la probabilità di rifiutare l'ipotesi H0 quando invece è corretta.

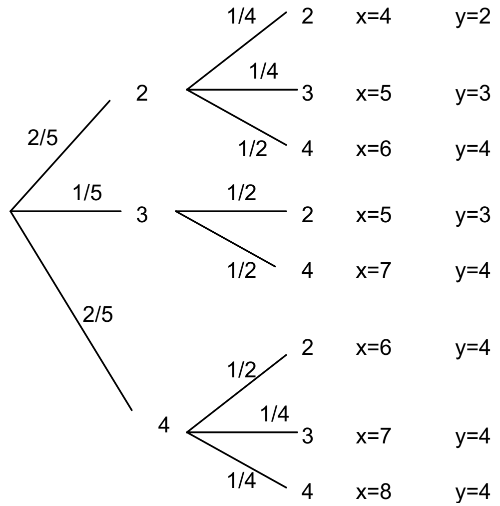
# Soluzioni

1)

| Xi/Yi | -2 | 5 | 8 | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.18 | 0.3 | 0.12 | 0.6 |
| 2 | 0.12 | 0.2 | 0.08 | 0.4 |
| | 0.3 | 0.5 | 0.2 | |

Cov (X, Y) = E[xy]-E[x]E[y]=4.9-1.4*3.5=0

2) Si ha:




quindi:

| Xi/Yi | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 4 | 1/10 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 1/5 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 2/5 |
| 7 | 0 | 0 | 1/5 |
| 8 | 0 | 0 | 1/10 |

3) Sia p la probabilità che una risposta sia corretta.
La probabilità di dare X risposte corrette su 100 sotto l'ipotesi p = 0,5 (cioè lo studente tira a indovinare) si può calcolare utilizzando l' approssimazione normale per la binomiale. Si ha:
$\mu$=np=50
$\sigma$=radq(npq)=radq(25)=5
Z= (x-$\mu$)/$\sigma$ = (x-50)/5 = (69.5-50)/5 = 3.9
P(x>=70) = P(Z>=3.9) = 0.00004812 $\cong$ 0
Si noti che si tratta della probabilità di un errore del 1° tipo.