

Appunti di Elaborazione di Segnali Multimediali

a.a. 2017/2018

Rappresentazione del colore

G.Poggi

L'argomento "colore" è molto ampio e di natura interdisciplinare, e per trattarlo in modo esauriente servirebbe un intero corso. Questa lezione vuole solo fornire alcuni concetti di base, prescindendo talvolta da una formalizzazione rigorosa, e dare qualche spunto di riflessione, da approfondire poi su testi specifici [1, 2, 3]. Il taglio stesso della lezione sarà quindi abbastanza peculiare: si cercherà anzitutto di chiarire il legame tra la sensazione soggettiva di colore e i fenomeni fisici oggettivi sottostanti, dando una motivazione evoluzionista all'emergere del colore come forma semplificata di analisi spettrale, e solo in un secondo momento si darà una veste più formale alla trattazione, introducendo infine i vari spazi di colore nei quali si può operare al fine di effettuare le elaborazioni desiderate.

1 Onde elettromagnetiche e colore

La vista è uno dei sette sensi principali (vista, udito, olfatto, gusto, tatto, proprioccezione e apparato vestibolare o dell'equilibrio) che l'uomo ha a disposizione per monitorare l'ambiente circostante e se stesso [4]. Gli organi di senso possono essere anche classificati in funzione del raggio di azione (telecettori, esterocettori, interocettori, propriocettori) e del tipo di stimolo elaborato (chemiorecettori, meccanocettori, termocettori, fotocettori). L'occhio è evidentemente un telecettore, dato che fornisce informazioni sull'ambiente remoto, ed un fotocettore, dato che basa queste informazioni sull'analisi delle radiazioni elettromagnetiche ricevute. Dal punto di vista evolutivo è abbastanza evidente l'importanza di avere organi di senso che forniscano accurate informazioni spaziali sull'ambiente circostante (e quindi telecettori ed esterocettori), sia per la ricerca del cibo che per la protezione della persona, e quindi non stupisce quante risorse l'organismo dedichi ad apparati come quello visivo, uditivo e olfattivo, non solo per gli organi di senso stessi¹, ma anche per la parte di corteccia cerebrale dedicata all'elaborazione degli stimoli ricevuti. Si noti come tali sensi siano complementari, operando su stimoli diversi come quelli luminosi, chimici e meccanici. Nell'uomo la vista è certamente il senso più sviluppato e sul quale l'organismo investe di più, probabilmente a causa del maggior grado di dettaglio e affidabilità delle informazioni raccolte, che serve a svolgere funzioni più complesse rispetto ad altri animali.

Attraverso la vista creiamo un'immagine del mondo esterno a partire dalle informazioni luminose raccolte, come mostrato sinteticamente in figura 1. I raggi di luce passano attraverso

¹Osserviamo *en-passant* l'importanza di avere *due* occhi, non solo come backup, ma soprattutto perché la visione binoculare permette una valutazione approssimativa della distanza degli oggetti.

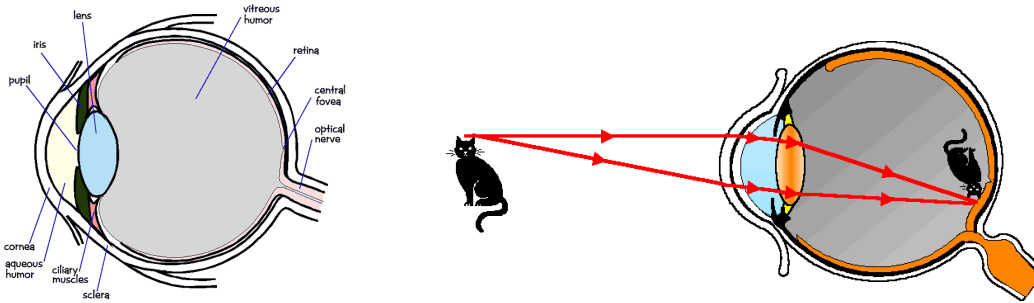


Figura 1: Modello anatomico dell'occhio e meccanismo di formazione delle immagini sulla retina.

la pupilla, vengono messi a fuoco mediante il cristallino che opera come una lente e permette di selezionare per la visione dettagliata oggetti ad una particolare distanza; infine investono una membrana sensibile, la retina, che ricopre il fondo dell'occhio.

Idealmente, vorremmo rilevare attraverso la retina ed i nervi ad essa collegati un'immagine continua nello spazio, come continuo è il mondo osservato. Ovviamente però questo non è possibile dal momento che, proprio come in una fotocamera digitale, avviene un campionamento spaziale. La retina è in effetti ricoperta da una densa schiera di sensori, cellule fotosensibili, ognuno dei quali fornisce un'uscita (stimolo neurale) in risposta ad una sollecitazione luminosa incidente nella sua regione di spazio. Di conseguenza, la retina restituisce un'immagine discreta dell'ambiente circostante, che ci appare poi continua solo grazie alle successive elaborazioni e interpretazioni a livello cerebrale che sopperiscono, ma solo in parte, alla scarsità di informazioni. Vorremmo quindi informazioni quanto più dettagliate possibile dal punto di vista spaziale, cioè un'elevata acuità visiva o, in termini più vicini al signal processing, un'elevata risoluzione spaziale. Ciò si può ottenere aumentando la densità dei sensori sulla retina, e quindi delle fibre nervose ad essi collegate, ma questo avrebbe un costo eccessivo per l'organismo e quindi nell'occhio troviamo una soluzione adattativa. Gli occhi infatti sono orientabili, e la retina presenta una concentrazione di sensori più elevata nella zona centrale (fovea) e minore nelle regioni laterali, come mostrato in figura 2 (si faccia riferimento ai soli coni). In questo modo è possibile selezionare una particolare regione d'interesse, sulla quale raccogliere informazioni più dettagliate, pur mantenendo una certa sensibilità nelle regioni periferiche dove poter rilevare eventuali innovazioni, come oggetti in movimento.

Nella retina esistono due tipi di cellule sensibili agli stimoli luminosi, i coni e i bastoncelli (*rods* in inglese). Sui coni ci diffonderemo ampiamente nel seguito, mentre per il momento concentriamo l'attenzione sui bastoncelli. Queste cellule vengono eccitate solo dalle radiazioni elettromagnetiche di lunghezza d'onda compresa fra i 400 e gli 800 nm circa, vale a dire frequenze fra 375.000 e 750.000 GHz. In funzione dell'energia rilevata in questo intervallo spettrale, emettono degli stimoli neurali che viaggiano quindi verso il cervello. In prima approssimazione, lo stimolo prodotto, B , si può esprimere come l'integrale, esteso a tutto l'intervallo di lunghezze d'onda del visibile, della densità spettrale di energia $I(\lambda)$ della luce incidente moltiplicata per una funzione $B(\lambda)$ che esprime la sensibilità del sensore alla specifica lunghezza d'onda λ . Possiamo quindi scrivere

$$B = \int B(\lambda)I(\lambda)d\lambda \quad (1)$$

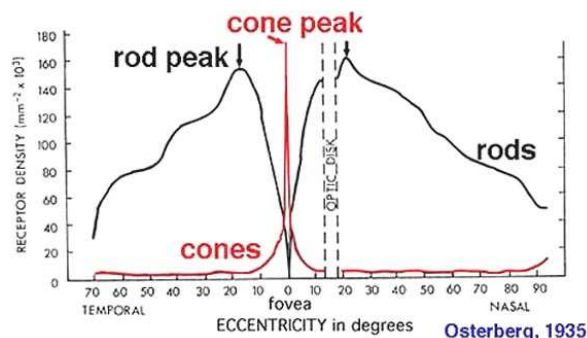


Figura 2: Densità di coni (cones) e bastoncelli (rods) in funzione della distanza dalla fovea. Si noti la presenza di un punto cieco, laddove si innesta il nervo ottico.

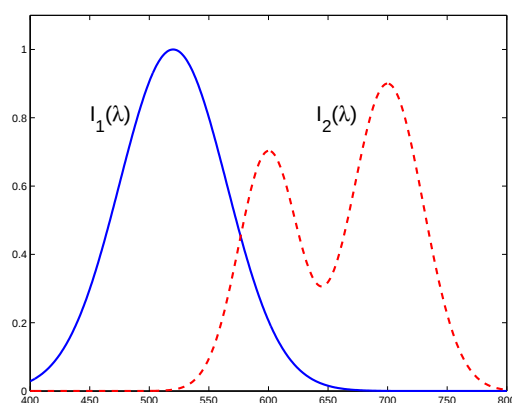


Figura 3: Due densità spettrali di energia nel visibile, diverse ma con uguale energia.

dove, per quanto detto, $B(\lambda)$ è diverso da 0 solo nella banda del visibile. Al di sotto di una certa soglia B_0 , non viene prodotto alcuno stimolo neurale, mentre superata questa soglia vengono emessi impulsi a cadenza tanto maggiore quanto maggiore è l'energia rilevata, avviene cioè una conversione tra intensità e frequenza. A livello della corteccia cerebrale, questi impulsi permettono quindi di ricostruire una mappa dell'energia luminosa proveniente dal mondo esterno.

Se esistessero solo i bastoncelli, avremmo un'immagine in bianco-e-nero del mondo esterno e perderemmo tutta la ricchezza d'informazione associata con la distribuzione spettrale della luce ricevuta. In effetti, non saremmo in grado di distinguere fra loro due sorgenti luminose, come quelle mostrate in figura 3, caratterizzate da spettri molto diversi, $I_1(\lambda) \neq I_2(\lambda)$, ma tali che l'integrale (1) risulti uguale, proprio come in un vecchio filmato in bianco e nero di una partita i giocatori in maglia rossa si confondono con quelli in maglia azzurra.

E' allora evidente l'importanza di poter distinguere fra loro oggetti con caratteristiche diverse, come una mela acerba ed una matura, che hanno però la stessa luminosità complessiva: avere cioè, oltre ad una buona risoluzione spaziale, anche una buona risoluzione spettrale, che ci permetta di conoscere in maggiore dettaglio gli oggetti che osserviamo. A tale scopo bisognerebbe avere, in ogni locazione spaziale della retina, non un singolo sensore, ma piuttosto un banco

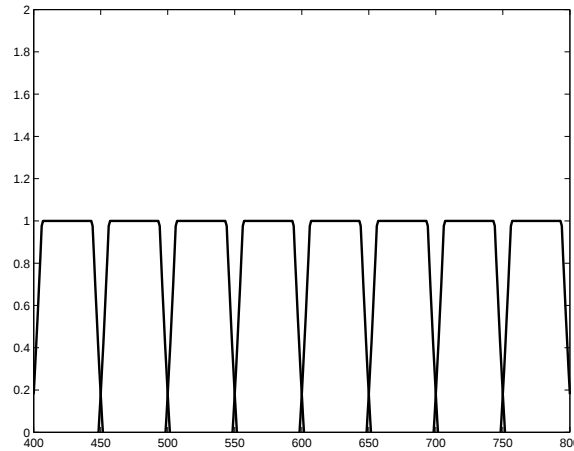


Figura 4: Un banco di 8 filtri per l'analisi spettrale della luce.

di sensori, ognuno sensibile ad una particolare banda di frequenze (lunghezze d'onda), come mostrato in figura 4, in modo da effettuare un'analisi spettrale della luce ricevuta.² In questo modo saremmo in grado di distinguere, ad esempio, una radiazione monocromatica a lunghezza d'onda 500 nm ($I_1(\lambda) = A_1\delta(\lambda-500)$) da una a 600 nm ($I_1(\lambda) = A_1\delta(\lambda-600)$), perchè verrebbero eccitati sensori diversi. Tuttavia, come già detto, la retina può ospitare solo un certo numero complessivo di sensori, e quindi aumentare la risoluzione spettrale, specializzando i sensori in base alle lunghezze d'onda, porterebbe a diminuire quella spaziale. Bisogna allora accontentarsi di un buon compromesso, con una risoluzione spaziale elevata ed un'analisi spettrale ridotta al minimo, vale a dire con tre soli tipi di sensori selettivi in frequenza, operanti alle lunghezze d'onda corte (S per *short*) medie (M, *medium*) e lunghe (L *long*). Questi sono appunto i tre tipi di coni, S, M ed L, esistenti nella retina, che saranno oggetto principale della nostra analisi.

Riportiamo a questo punto le principali caratteristiche dei coni e dei bastoncelli e facciamo qualche considerazione.

- Bastoncelli
 - circa 100 milioni;
 - scarsi nella fovea e innervati a gruppi (visione poco acuta e fuori angolo focale);
 - sensibili a basse intensità luminose (visione al buio);
 - non selettivi in frequenza (visione bianco/nero).
- Coni
 - circa 6 milioni;
 - concentrati nella fovea e innervati singolarmente (visione acuta nell'angolo focale);
 - sensibili solo ad alte intensità (inutili al buio);
 - selettivi in frequenza (visione a colori).

La principale differenza fra i due sensori è evidentemente la selettività in frequenza, presente solo nei coni, e responsabile della visione a colori. In un certo senso, quindi, i coni sono sensori

²Qualcosa del genere avviene in effetti nell'orecchio, in particolare nella coclea (chiocciola) dove le diverse sezioni dell'organo agiscono come un banco di filtri centrati su frequenze che vanno in progressione logaritmica.

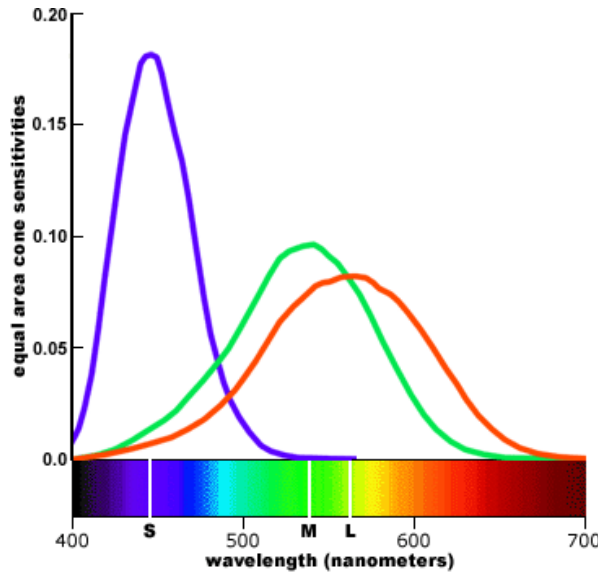


Figura 5: Curve di sensibilità dei coni S, M ed L, normalizzate ad area unitaria.

più pregiati, ed infatti si trovano soprattutto nella fovea, dove riusciamo ad avere contemporaneamente elevata acuità visiva e buona sensibilità ai colori, mentre sono molto scarsi fuori dalla fovea dove sono invece numerosi i bastoncelli (vedi ancora figura 2). Inoltre sono innervati singolarmente, e quindi l'informazione da essi raccolta non viene mediata. Al contrario, i bastoncelli sono innervati a gruppi, cioè più bastoncelli vicini eccitano una stessa fibra nervosa, il che corrisponde ad un ulteriore sottocampionamento spaziale, e contribuisce a farne sensori poco utili per una visione dettagliata. D'altra parte, dato che essi raccolgono energia in una banda più ampia (tutto lo spettro del visibile) e proprio grazie all'innervamento a gruppi, hanno una soglia minima di eccitazione molto più bassa, cioè riescono a fornire informazione (poco dettagliata) anche in condizioni di luminosità molto ridotta. E' esperienza comune che al buio non si distinguono bene i colori e la visione è grossolana: questo accade proprio perché in queste condizioni sono solo i bastoncelli a fornire informazioni al cervello.

In figura 5 sono riportate le curve di sensibilità dei tre tipi di coni, $S(\lambda)$, $M(\lambda)$ e $L(\lambda)$ per lunghezze d'onda fra 400 e 800 nm. In formule possiamo allora scrivere, in analogia alla (1),

$$\begin{aligned} S &= \int S(\lambda) I(\lambda) d\lambda \\ M &= \int M(\lambda) I(\lambda) d\lambda \\ L &= \int L(\lambda) I(\lambda) d\lambda \end{aligned} \tag{2}$$

Quindi, una sorgente di luce con spettro $I(\lambda)$ viene analizzata da sensori dei tre tipi, i quali generano una terna di stimoli neurali di ampiezza S, M ed L, che producono a livello cerebrale una sensazione soggettiva cui diamo il nome di *colore*.

Ad esempio, una sorgente monocromatica $I(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$, con lunghezza d'onda $\lambda_0 = 400$ nm, ecciterà in modo pressoché esclusivo i coni di tipo S (frequenze alte). La sensazione percepita

in questa circostanza è quella del colore blu (vedi ancora figura 5), e per questo, impropriamente, i coni S sono anche detti blu. Analogamente, una sorgente monocromatica a 700 nm ecciterà solo i coni L (basse frequenze) detti anche rossi per la sensazione percepita di colore rosso. A lunghezze d'onda intermedie vengono eccitati due o anche tre tipi di coni contemporaneamente, con intensità diverse, e la sensazione percepita è quella di colori che vanno dal violetto (a frequenze ancora maggiori, fuori dalla banda del visibile si va infatti nell'ultravioletto) fino al rosso (a frequenze minori ancora si ha l'infrarosso) passando per tutte le tinte visibili, fra cui il verde circa a centro banda, da cui il nome dato ai coni M che sono detti verdi. Al variare della lunghezza d'onda, quindi, si generano triple diverse di stimoli neurali, cosa che permette di distinguere fra loro le diverse sollecitazioni.

Per tornare all'esempio della partita di calcio, per maglie di squadre diverse i bastoncelli possono fornire lo stesso stimolo $B_1 = B_2$ corrispondente ad una uguale sensazione complessiva di luminosità, ma è difficile che siano contemporaneamente $S_1 = S_2$, $M_1 = M_2$ e $L_1 = L_3$, per cui i colori percepiti saranno solitamente diversi e i giocatori potranno essere distinti l'uno dall'altro. Bisogna anche dire che l'analisi spettrale effettuata dai coni, con un banco di appena tre filtri, è comunque molto grossolana. La sensazione di colore è legata alla tripla definita dagli integrali (2), quindi ad appena tre valori scalari, dal che si comprende come spettri diversi possano anche originare colori uguali: basta che i tre integrali della (2) coincidano e la sensazione di colore percepita è inevitabilmente la stessa, e in tal caso si parla di colori *metamerici*.³

2 Teoria tricromatica del colore e Spazi di colore

La teoria tricromatica dei colori è stata formulata da Young già a inizio '800, molto prima di avere informazioni attendibili sulla fisiologia della visione, secondo la quale, a partire da tre sorgenti luminose indipendenti, dette colori primari, è possibile ottenere qualsiasi altro colore attraverso una opportuna miscela. In effetti Young convalidò la sua teoria attraverso i noti esperimenti di *color matching*. In questi esperimenti, una sorgente luminosa campione veniva proiettata su una superficie bianca; affianco al campione era quindi proiettata la luce generata da tre sorgenti indipendenti, delle quali era possibile regolare l'intensità (come mostrato in figura 6). Veniva quindi chiesto agli osservatori di giudicare se i due colori prodotti fossero uguali o diversi.

Gli esperimenti mostrarono che una opportuna regolazione delle intensità⁴ permetteva di sintetizzare qualsiasi colore, effettuare cioè il color matching. Per quanto detto finora, la spiegazione di questo risultato è molto semplice: siano $[S_0 M_0 L_0]$ gli stimoli neurali che si vuole sintetizzare, e siano invece $[S_i M_i L_i]$, per $i = 1, 2, 3$, quelli generati dalle tre sorgenti aventi spettri $I_i(\lambda)$, basta imporre che sia

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ M_0 \\ L_0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \begin{bmatrix} S_i \\ M_i \\ L_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

³E' un po' quello che accade ai daltonici, che difettando di uno dei tipi di coni, non distinguono fra loro certi colori diversi. Si potrebbe ovviare (o meglio, ridurre) questo problema se si disponesse di quattro tipi di coni, così come accade per certi animali. Questi animali hanno quindi una maggiore sensibilità ai colori, ma non è possibile per noi descrivere la sensazione corrispondente, così come per un daltonico apprezzare tutti i colori.

⁴Incluse intensità negative, realizzate proiettando uno o due sorgenti *sul campione* invece che affianco ad esso.

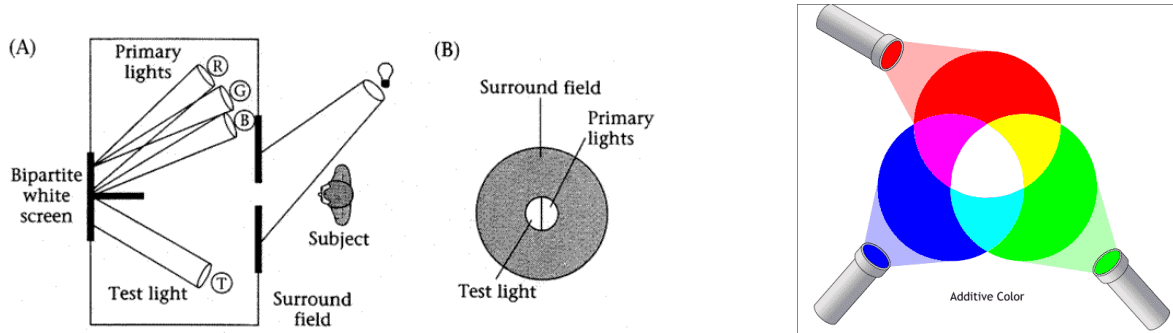


Figura 6: Esperimento di color matching ed effetto della miscela di colori primari.

dove le α_i sono le intensità delle tre sorgenti luminose, o anche in termini matriciali

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ M_0 \\ L_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \\ M_1 & M_2 & M_3 \\ L_1 & L_2 & L_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

per cui se la matrice T è invertibile, cioè i primari sono indipendenti, è immediato ricavare le α_i necessarie per effettuare il color matching.

2.1 Spazio XYZ

A questo punto, per giungere ad una descrizione standardizzata dei colori basta definire tre colori primari, per cui ogni altro colore potrà essere espresso mediante la quantità di ciascun primario necessaria per effettuare il color matching. Come già accennato, tuttavia, nessuna terna di colori primari *reali* permette di ottenere *tutti* i colori esistenti. Qualunque terna si scelga, si potranno trovare colori tanto saturi che per effettuare il matching bisognerebbe usare quantità negative di qualche primario. Per evitare questo inconveniente, la Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) ha standardizzato nel 1931 la terna XYZ di primari *ipersaturi*, non esistenti fisicamente (per cui a tutti gli effetti non corrispondono a dei colori), ma tali che tutti i colori visibili si possano ottenere attraverso una loro miscela additiva. Per chiarire le idee, dovremmo considerare una figura in cui, per ogni punto dello spazio XYZ, viene mostrato il colore corrispondente, una tale figura a tre dimensioni però sarebbe difficilmente interpretabile. Per comodità, usiamo invece le coordinate normalizzate

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}, \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z} \quad (5)$$

in cui la terza, $z = 1 - x - y$, dipendendo linearmente dalle prime due può essere trascurata. Mostriamo quindi in figura 7 i colori che si ottengono per ogni punto (x, y) . Anzitutto notiamo che i colori visibili sono racchiusi nella regione centrale delimitata dalla curva a ferro di cavallo. I punti $(1,0)$, $(0,1)$ e $(0,0)$, corrispondenti agli stessi primari X, Y e Z, sono esterni a tale regione, a conferma del fatto che non solo colori visibili. Il confine della regione dei colori visibili, cioè la curva a ferro di cavallo citata prima, corrisponde ai toni puri, a partire dal violetto (380 nm) per finire con il rosso (700 nm). Un qualsiasi punto interno alla regione si può ottenere evidentemente a partire dai tre primari.

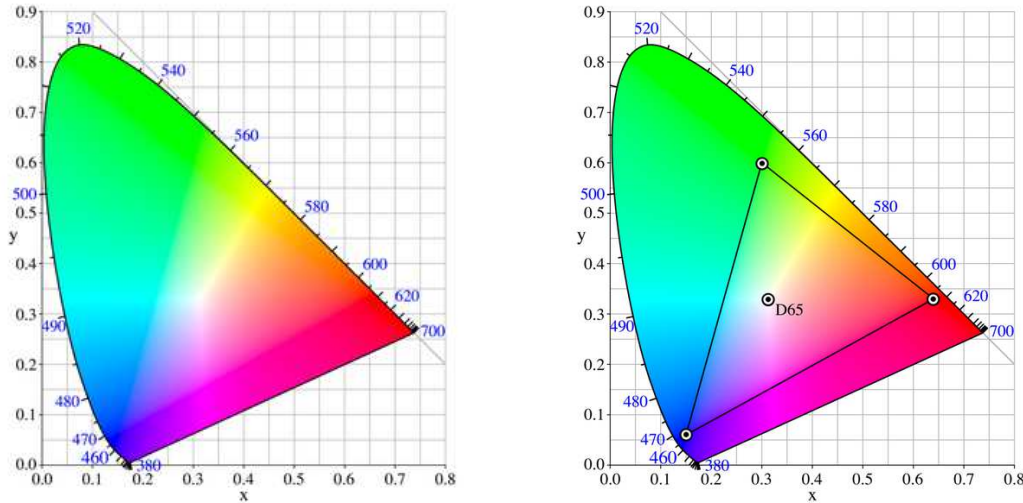


Figura 7: Rappresentazione dei colori nello spazio XYZ e una terna di primari reali.

2.2 Spazio RGB

Proprio partendo da tre particolari toni puri, a 435.8, 546.1 e 700 nm, il CIE ha definito un altro spazio di colore, detto RGB dal colore associato ai primari stessi (red, green, blue). Questa volta i colori primari sono reali, fisicamente realizzabili. E' però immediatamente chiaro che combinazioni di tali primari con coefficienti non negativi permettono di ottenere solo i colori che si trovano all'interno del triangolo che ha per vertici i primari stessi, mentre per ottenere altri colori (come aveva già notato Young) bisogna *sottrarre* opportune quantità di qualche primario. Da questo si comprende il vantaggio di ricorrere allo spazio XYZ a fini descrittivi. Nella pratica poi, gli apparati di riproduzione del colore, come gli schermi di televisori e computer, usano ancora altri primari, più semplici da realizzare dal punto di vista tecnologico, per i quali la gamma dei colori effettivamente riproducibili si riduce ulteriormente come mostrato ancora in figura 7.

Oltre agli spazi XYZ e RGB ne esistono ancora molti altri, di interesse sia pratico che teorico, legati ai primi da trasformazioni sia lineari che non lineari citiamo, rimandando il lettore agli opportuni approfondimenti [1], gli spazi YIQ, YUV e YCrCb utilizzati negli standard per la rappresentazione e compressione delle immagini, gli spazi CIE-Lab e CIE-Luv che garantiscono una dipendenza lineare fra distanze nello spazio dei colori e differenze percepite fra i colori stessi, lo spazio HSI, nelle sue varie definizioni, che permette una descrizione dei colori più vicina alla terminologia comune, e gli spazi CMY e CMYK usati nella stampa digitale. Nel seguito approfondiremo un minimo la descrizione solo degli spazi RGB, HSI e CMY.

Come già detto, una volta definiti tre primari opportuni, R, G e B, che siano i toni puri del CIE o altri più semplicemente realizzabili, miscelando quantità variabili fra 0 e 1 di tali primari si possono ottenere quasi tutti i colori visibili. Si definisce allora naturalmente un cubo di lato unitario, vedi figura 8, a cui sono associati tutti tali colori. Nei punti di coordinate (1,0,0) (0,1,0) e (0,0,1) avremo naturalmente dei colori puri, rosso, verde e blu rispettivamente. Il punto (0,0,0) corrisponde all'assenza di ogni stimolo luminoso e quindi al nero. Al contrario, nel punto

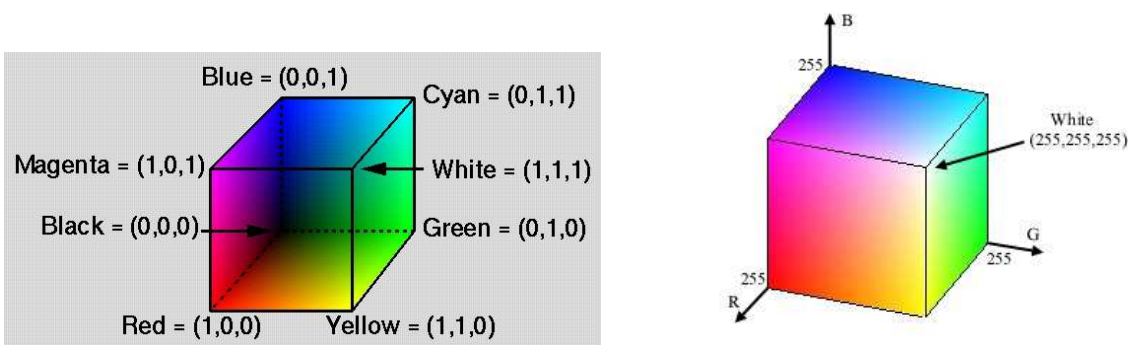


Figura 8: Cubo dei colori nello spazio RGB: componenti reali fra 0 e 1, discrete fra 0 e 255.

(1,1,1) avremo tutti i primari con la massima intensità, cui corrisponde la sensazione di bianco. Più in generale, la diagonale principale del cubo, cioè i punti di coordinate (α, α, α) corrisponde alla linea dei grigi, cioè colori perfettamente equilibrati, privi di una tinta dominante, e di luminosità via via crescente dal nero al bianco. In generale, una delle caratteristiche principali di un colore è proprio la sua luminosità (quella che percepiamo su un video in bianco e nero) che può essere definita in vari modi, il più semplice dei quali, anche se poco usato, è la media delle tre componenti $Y = (R + G + B)/3$. Ad esempio, nello spazio YUV, la luminanza è definita come $Y = 0.30R + 0.59G + 0.11B$, dal momento che il verde contribuisce maggiormente alla sensazione di luminosità percepita e il blu molto meno.

Naturalmente, per rappresentare le immagini su un supporto digitale, le componenti di colore devono essere quantizzate con un certo numero di bit, dipendente dal grado di accuratezza desiderato nella rappresentazione del colore. Se si usano 8 bit, come accade di solito, i colori sono quindi specificati da tre numeri che vanno da 0 a 255 (vedi ancora figura 8). All'indirizzo [6] sono riportate le coordinate RGB a 8 bit per un gran numero di colori.

Per riprodurre un'immagine a colori di $M \times N$ pixel è quindi necessario disporre di tre matrici $M \times N$ che descrivono l'ammontare di rosso verde e blu per ogni determinato pixel. In figura 9 è mostrato un esempio di tale rappresentazione, con l'intensità delle tre componenti in scala di grigi. Ad esempio, il riquadro rosso a centro immagine corrisponde ad una regione molto chiara nella componente R, e molto scura in quelle G e B, coerentemente con il fatto che quei pixel contengono componenti verdi e blu in misura molto ridotta. Un modo alternativo di rappresentare la stessa informazione è mostrato in figura 10, dove le componenti sono mostrate in scala di rosso, verde e blu, rispettivamente, in modo che se si potessero "sommare" tali tre componenti, ad esempio sovrapponendo delle immagini prodotte da tre proiettori, si riprodurrebbe l'immagine originaria.

2.3 Spazio HSI

Descrivere un colore attraverso le sue componenti RGB è abbastanza innaturale per un essere umano, per questo motivo si introduce lo spazio HSI (Hue, Saturation, Intensity) che permette di descrivere un colore attraverso i concetti più familiari di tinta (hue), saturazione (saturation) e luminosità (intensity). Si immagini di mettere il cubo RGB in equilibrio sul vertice (0,0,0), con il vertice (1,1,1) in alto e quindi mantenendo verticale la linea dei grigi. Il cubo viene ad

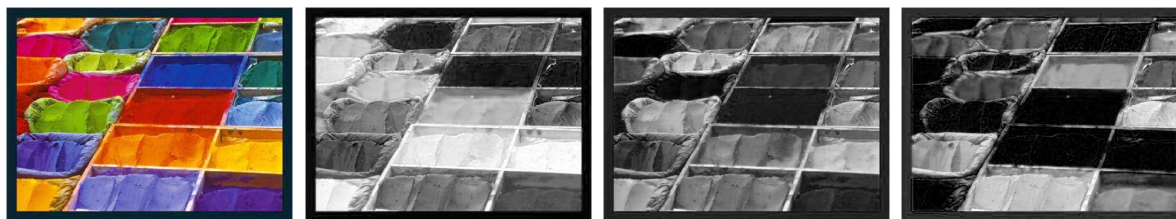


Figura 9: Immagine a colori e intensità (in scala di grigi) delle sue componenti R, G e B.

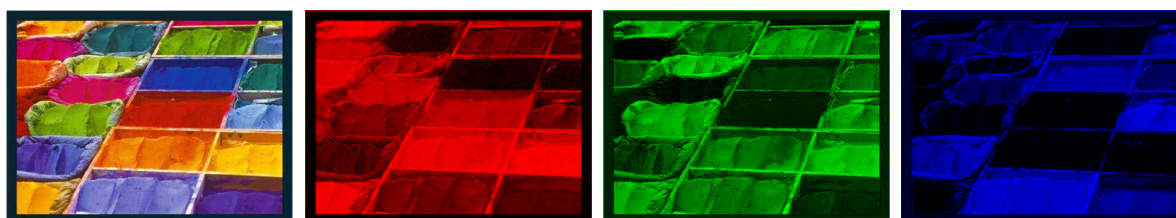


Figura 10: Immagine a colori e intensità (in scala di colore) delle sue componenti R, G e B.

assomigliare così ad un doppio cono, come mostrato in figura 11, con la base a mezz'altezza e i due vertici in basso e in alto. Ci si rende conto, allora, che è possibile individuare un punto P (e quindi un colore) attraverso un sistema di coordinate cilindriche, specificando anzitutto la quota I (da 0 a $\sqrt{3}$) del piano ortogonale all'asse del doppio cono che contiene P , e su questo piano l'angolo H formato dal vettore $O-P$ rispetto ad un asse di riferimento, e infine la distanza S di P dall'origine O . Queste quantità hanno una immediata interpretazione percettiva. la componente I , infatti, tiene conto del livello di luminosità complessiva del colore, quella H della tinta, cioè della tonalità dominante del colore, e quella S della sua saturazione o purezza.

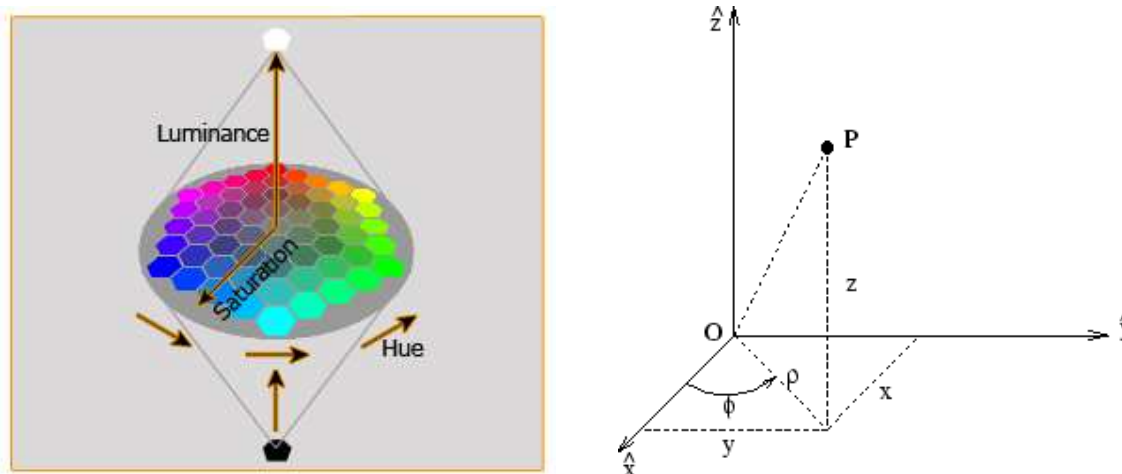


Figura 11: Doppio cono dei colori nello spazio HSI e sistema di coordinate cilindriche.

Per fissare le idee, si può far riferimento nuovamente alla figura 7, che mostra⁵ la gamma di

⁵Per lo spazio XYZ invece che RGB, ma i concetti non cambiano.

colori visibili per il livello di intensità $I=\sqrt{3}/3$, cioè avendo preso il piano $X+Y+Z=1$. Il punto di coordinate $(1/3,1/3)$ è l'intersezione dell'asse dei grigi con il piano, ed infatti è associato ad un colore grigio. Muovendosi da quel punto verso destra, si ottengono colori sempre della stessa tinta (rosso nello specifico), ma con un grado via via crescente di saturazione. Se invece si fissa la distanza dal grigio e si cambia l'angolo rispetto all'asse delle x , si cambia la tinta del colore senza modificarne la saturazione.

Chiarito il concetto dello spazio di colore HSI, va detto che quella del doppio cono è solo un'approssimazione, e quindi ricavare le relazioni esatte che realizzano il cambiamento di coordinate è abbastanza laborioso anche se concettualmente semplice. Inoltre, esistono numerosi spazi di colore che si basano sulla tripla tinta-saturazione-intensità che differiscono per vari dettagli implementativi. In Matlab, ad esempio, si usa una trasformazione semplificata, abbastanza diversa da quella illustrata qui. Nella figura 12 è mostrata la rappresentazione dell'immagine campione nello spazio HSI (noto anche come spazio HSV) individuato dal comando Matlab `rgb2hsv`, con l'intensità delle tre componenti in scala di grigi. La componente I, come si vede, è abbastanza simile alla versione in bianco e nero dell'immagine originaria. E' interessante osservare come nella componente H, quella della tinta, non si vedano più le pareti degli scomparti che contengono i vari pigmenti, ben visibili nelle componenti S e I: infatti, essendo sporche di pigmento, le pareti ne assumono la stessa tinta, anche se con minore saturazione e maggiore luminosità, dato che in trasparenza si vede ancora il colore bianco originario.

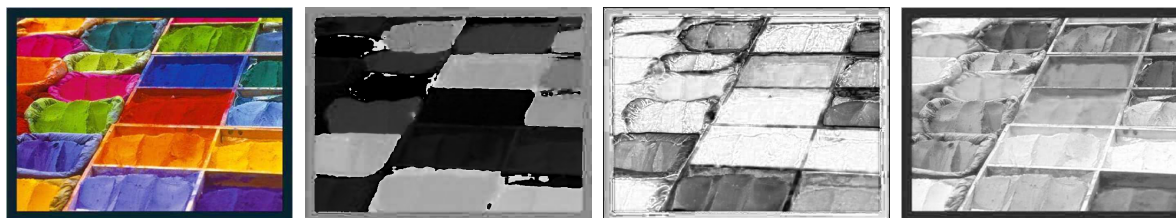


Figura 12: Immagine a colori e intensità (in scala di grigi) delle sue componenti H, S e I.

2.4 Spazio CMY e CMYK

Passiamo infine agli spazi CMY e CMYK usati soprattutto nella stampa digitale. Per comprendere l'utilità di questi spazi ritorniamo sulle equazioni (2) nelle quali si considerava lo spettro elettromagnetico $I(\lambda)$ incidente sui coni, spettro generato da una sorgente di luce. Nella grande maggioranza dei casi, tuttavia, non osserviamo affatto la luce prodotta direttamente dalla sorgente, ma quella riflessa dalla superficie degli oggetti. Se la stessa sorgente di luce illumina due mele, una acerba e l'altra matura, la prima ci appare verde e la seconda rossa. Il colore quindi non è dovuto tanto alle proprietà della sorgente, che spesso ha uno spettro abbastanza uniforme su tutte le lunghezze d'onda visibili (luce bianca) quanto a quelle delle superfici riflettenti. Per portare in conto questo aspetto dobbiamo riformulare le (2) per il caso di luce riflessa come

segue

$$\begin{aligned} S &= \int S(\lambda)I(\lambda)R(\lambda)d\lambda \\ M &= \int M(\lambda)I(\lambda)R(\lambda)d\lambda \\ L &= \int L(\lambda)I(\lambda)R(\lambda)d\lambda \end{aligned} \quad (6)$$

dove $R(\lambda)$ tiene conto delle caratteristiche di riflettività dell'oggetto illuminato ed agisce a tutti gli effetti come un filtro, che impedisce la riflessione della luce a certe lunghezze d'onda, laddove $R(\lambda) = 0$, e ne consente la riflessione alle altre lunghezze d'onda, con maggiore o minore attenuazione.

Una superficie bianca è quindi tale da riflettere, non attenuate, tutte le lunghezze d'onda. Se coloriamo la superficie con vernice rossa, quello che stiamo effettivamente facendo è applicare uno strato di materiale, detto *pigmento*, che assorbe del tutto o in parte le componenti della luce incidente che contribuiscono al verde e al blu. Ad esempio, un pigmento rosso saturo riflette tutto il rosso e assorbe tutto il verde e il blu, portando il colore percepito nello spazio RGB dal punto (1,1,1) al punto (1,0,0).

Per quanto detto, è evidente che se si vuole sintetizzare un colore mediante l'uso di tre soli pigmenti conviene scegliere quelli che agiscono su una sola componente per volta, che attenuano cioè solo il rosso, solo il verde o solo il blu. Nello spazio RGB tali pigmenti avranno quindi coordinate (0,1,1), corrispondente al ciano, somma di verde e blu, (1,0,1), corrispondente al magenta, somma di rosso e blu, e (0,1,1), corrispondente al giallo, somma di rosso e verde. Per ottenere un colore qualsiasi, di coordinate (r,g,b) nello spazio RGB, a partire dal bianco che ha coordinate (1,1,1), sarà quindi necessario applicare $c=1-r$ unità di ciano, per sottrarre $1-r$ unità di rosso, e analogamente applicare $m=1-g$ unità di magenta e $y=1-b$ di giallo. E' evidente che questo è esattamente ciò che serve nella stampa, in cui si lavora su un foglio bianco e si usano appunto i tre pigmenti suddetti, che definiscono lo spazio CMY. Il grigio, in particolare si ottiene usando uguali quantità dei tre pigmenti, arrivando al nero quando si usano tutti i pigmenti con massima intensità. I concetti ora espressi sono esemplificati dalla figura 13, nella quale si mostra l'immagine campione con affianco le componenti CMY in scala di grigi. In figura 14, invece, le stesse componenti sono mostrate in scala di ciano, magenta e giallo: questa rappresentazione è particolarmente efficace, in quanto mostra separatamente l'effetto delle varie azioni di stampa (es. i getti d'inchiostro delle tre tinte) che combinate portano alla stampa a colori dell'immagine.

Per motivi pratici, cioè per ridurre il consumo di costosi pigmenti colorati, si usa anche lo spazio CMYK, dove K indica il colore nero (black). Infatti, un colore di coordinate (c,m,y) nello spazio CMY si può anche ottenere partendo da una base di $k=\min(c,m,y)$ unità di nero, cui vanno poi aggiunte $c-k$ unità di ciano, $m-k$ di magenta e $y-k$ di giallo, con un risparmio di pigmento che può essere anche considerevole. In figura 15 si mostrano le quattro componenti dell'immagine campione nello spazio CMYK (per facilitare il confronto con altre figure la componente K è messa prima). Si noti come le componenti C, M e Y siano molto più attenuate che in figura 14, a riprova del risparmio di pigmento ottenuto.

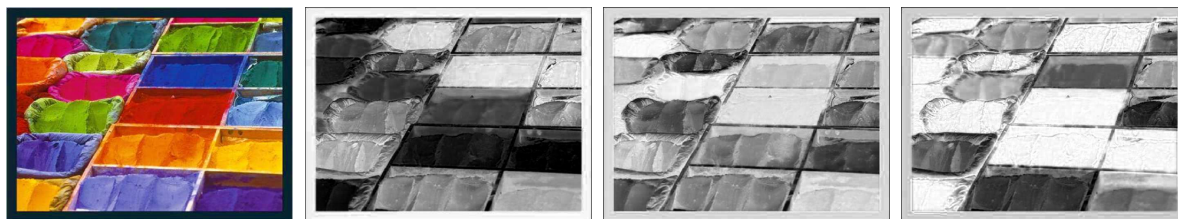


Figura 13: Immagine a colori e intensità (in scala di grigi) delle sue componenti C, M e Y.



Figura 14: Immagine a colori e intensità (in scala di colore) delle sue componenti C, M e Y.



Figura 15: Intensità (in scala di colore) delle componenti K, C, M e Y dell'immagine a colori.

Riferimenti bibliografici

- [1] G.Wyszecki, W.S.Stiles, *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formula* 2nd ed., Wiley, 1982.
- [2] A.Bovik, *The essential guide to Image Processing*, Academic Press, 2009.
- [3] R.C.Gonzalez and R.E.Woods: *Digital Image Processing, 3rd Ed.*, Prentice Hall, 2008.
- [4] http://it.wikipedia.org/wiki/Organi_di_senso
- [5] http://it.wikipedia.org/wiki/Spazio_dei_colori
- [6] http://it.wikipedia.org/wiki/Lista_dei_colori