Corso di TEORIA DEI SEGNALI per Telecomunicazioni (a.a.2010/2011)
ESERCITAZIONE n.1
Analisi dei segnali nel dominio del tempo
docente L.Verdoliva

Ex. 1

Procedendo sia analiticamente che graficamente, disegnare accuratamente i seguenti segnali:

1. $y(t) = x(2t+3)$, dove $x(t) = \mathrm{u}(t+1) - \mathrm{u}(t-1)$;
2. $y(t) = x\left(\frac{-2t+1}{3}\right)$, dove $x(t) = \Pi(t/2-1)$;
3. $y(t) = x\left(\frac{1-t}{2}\right)$, dove $x(t) = \begin{cases} 1-|t|/2 & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
4. $y(t) = x(t) + x(t-1)$, dove $x(t) = \Lambda(t-2)$;
5. $y(t) = x(t) - \frac{1}{2}\,x(2t)$, dove $x(t) = \Lambda(t)$;
6. $y(t) = x(t)x(-2t)$, dove $x(t) = \mathrm{sign}(t)$;
7. $y(t) = x(t) + x(-t)$, dove $x(t) = \begin{cases} 1+t & -1 \leq t \leq 0 \\ 1 & 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

Ex. 2

Rappresentare graficamente i seguenti segnali e calcolarne il valor medio e l'energia

1. $x(t) = A\,\Pi\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$;
2. $x(t) = A\,e^{-|t|/T}$;
3. $x(t) = A\,e^{-|t|/T}\Pi(t/2)$;
4. $x(t) = A\,\Lambda(t/T)\mathrm{sign(t)}$;
5. $x(t) = \Lambda(t/T) - \Pi[(2t+T)/2T]$;
6. $x(t) = A\,t\,\Pi(t/8)$;
7. $x(t) = 5\cos(\pi t)\Pi(t/2)$;
8. $x(t) = \cos^2(\pi t)\Pi(t/2)$;
9. $x(t) = \begin{cases} T & |t| \leq 1/2T \\ 2T(1-|t|T) & 1/2T < |t| \leq 1/T \\ 0 & |t| > 1/T \end{cases}$

Ex. 3

Rappresentare graficamente i seguenti segnali e calcolarne il valor medio e la potenza

1. $x(t) = 8\cos(4\pi t + \pi/4)$;

2. $x(t) = A\sin(2\pi t/T_0)\mathrm{u}(t)$;
3. $x(t) = \mathrm{sgn}[A\cos(2\pi t/T_0)]$;
4. $x(t) = \mathrm{rep}_1[\Lambda(t)\mathrm{u}(t)]$;
5. $x(t) = \sum_n 2\left[\Pi\left(\frac{t-6n}{6}\right) - \Lambda\left(\frac{t-6n}{2}\right)\right]$;
6. $x(t) = \sum_n (-1)^n y(t-nT)$ con $y(t) = \Lambda(2t/T)$;
7. $x(t) = \sum_n (-1)^n y(t-nT/2)$ con $y(t) = \Lambda(2t/T)$;

Ex. 4

Sia $x(t) = 2A\,\Lambda(t/T) - A\,\Lambda(2t/T)$ e $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$, disegnare $y(t)$, stabilire se è un segnale di energia o di potenza e calcolarne l'energia o la potenza rispettivamente.

Ex. 5

Sia $x(t) = A\,\Pi\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$ e $y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$, disegnare $y(t)$, stabilire se è un segnale di energia o di potenza e calcolarne l'energia o la potenza rispettivamente.

Ex. 6

Stabilire se i seguenti segnali sono di energia o di potenza e calcolarne il valor medio, l'energia e la potenza:

1. $x(t) = \Lambda(t/T) + 4$;
2. $x(t) = \Lambda(t) - \mathrm{sign}(t)\Pi(t/2)$;
3. $x(t) = \Pi[\cos(\pi t/2)]$;
4. $x(t) = 2\,\Lambda\left[\frac{t-3}{4}\right] + 8\sin 2\pi t$;
5. $x(t) = \mathrm{rep}_{T_0}[\Lambda(2t/T_0)] + \mathrm{rep}_{T_0}[\Pi(t/T_0)]$;

Ex. 7

Rappresentare il grafico dei seguenti segnali

$$x_1(t) = [\Lambda(t-1) + \Lambda(t+1)], \qquad x_2(t) = [\mathrm{u}(t+1) - \mathrm{u}(t-1)]$$

Stabilire se i segnali $x_1(t)$ e $x_2(t)$ sono ortogonali. In caso negativo, determinare il valore di $T > 0$ minimo che rende $x_1(t)$ e $x_2(t-T)$ ortogonali.

Ex. 8

Un segnale tempo discreto è definito nel modo seguente: $x(n) = \begin{cases} 1 + \frac{n}{3} & -3 \le n \le -1 \\ 1 & 0 \le n \le 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$

Rappresentare graficamente i segnali: $x(4-n)$, $x(n-4)$, $x(2n)x(-2-n)$, $x(n-1)\delta(n-3)$, $x(n^2)$.

Ex. 9
Stabilire se i seguenti segnali sono di energia o di potenza e calcolarne il valor medio, l'energia e la potenza:

1. $x(n) = \mathcal{B}_6(n)$;
2. $x(n) = (1/2)^n \mathrm{u}(n)$;
3. $x(n) = (-1/2)^n \mathrm{u}(n)$;
4. $x(n) = \mathrm{u}(n) + \mathrm{u}(-n)$;
5. $x(n) = \sin(\pi n/2)\,\mathcal{R}_8(n+4)$.

Ex. 10
Stabilire se i seguenti segnali sono periodici e in caso affermativo calcolarne il periodo e la potenza:

1. $x(n) = (-1)^{n^2}$;
2. $x(n) = \cos(\pi n/4)$;
3. $x(n) = 5\,\sin(2n)$;
4. $x(n) = \sum_k [\delta(n-4k) - \delta(n-1-4k)]$;
5. $x(n) = \mathrm{rep}_8[\mathcal{R}_4(n)]$.

Ex. 11
Valutare, per via grafica o analiticamente, le funzioni di autocorrelazione $R_x(\cdot)$ dei seguenti segnali (verificare che $R_x(0)$ corrisponde all'energia o alla potenza del segnale):

1. $x(t) = -A\,\Pi[(T/2-t)/T]$;
2. $x(t) = A\,\mathrm{sign}(t)\,\Pi(t/2)$;
3. $x(t) = e^{-t}\mathrm{u}(t-2)$;
4. $x(t) = e^{-|t|}$;
5. $x(n) = \mathcal{R}_4(n-4)$;
6. $x(n) = [\mathrm{u}(n+1) - \mathrm{u}(n-2)](3-|n|)$;
7. $x(n) = a^{|n|}$ per $0 < a < 1$.

Ex. 12
Valutare, per via grafica o analiticamente, le funzioni di mutua correlazione $R_{xy}(\cdot)$ tra i seguenti segnali:

1. $x(t) = \Pi[(t-T/2)/T]$, $\quad y(t) = \Pi[(t-T)/2T]$;
2. $x(t) = e^t\mathrm{u}(-t)$, $\quad y(t) = \mathrm{u}(-t) - \mathrm{u}(-t-1)$;
3. $x(t) = e^{-t}\Pi(t)$, $\quad y(t) = -e^t\Pi(t)$;
4. $x(n) = \delta(n) + 2\,\delta(n-1) + 4\,\delta(n-2)$, $\quad y(n) = 4\,\delta(n+2) + \delta(n) + 2\,\delta(n-1)$;
5. $x(n) = (1/2)^n\,\mathrm{u}(n)$, $\quad y(n) = (1/4)^n\,\mathrm{u}(n)$.

Verificare inoltre che risulta $R_{xy}(\cdot) = R_{yx}(-(\cdot))$.