Corso di TEORIA DEI SEGNALI per Telecomunicazioni (a.a.2010/2011)
ESERCITAZIONE n.2
Analisi dei sistemi nel dominio del tempo
docente L.Verdoliva

Ex. 1

Classificare i seguenti sistemi in base alle proprietà di linearità, tempo invarianza, dispersività, causalità, stabilità (motivare brevemente le risposte):

1. $y(t) = x(1 - t)$;
2. $y(t) = x(t)x(t - 1)$;
3. $y(t) = x[\sin(\pi t)/2]$;
4. $y(t) = |x(2t - 4)|$;
5. $y(t) = [x(t) - x(t + T)]\mathrm{u}[x(t)]$;
6. $y(t) = \int_{-\infty}^{t/2} x(\alpha)\, d\alpha$;
7. $y(n) = 2x(n) + 3$;
8. $y(n) = 2\, x(2^n)$;
9. $y(n) = 2^n x(n)\mathrm{u}(-n)$;
10. $y(n) = x(n - n^2)$;
11. $y(n) = (n + 1)^2\, x(n - 1)$;
12. $y(n) = n + x(n) + 2x(n + 4)$;

Ex. 2

Si considerino i sistemi definiti dai seguenti legami:

S1: $y(t) = x(-t)$;

S2: $y(t) = ax(t - 1) + bx(t) + cx(t + 1)$.

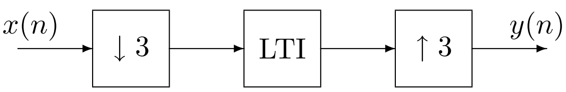
Determinare il legame complessivo del sistema costituito dalla cascata S1-S2-S1. Stabilire inoltre sotto quali condizioni il sistema complessivo 1) è LTI; 2) è equivalente a S2; 3) è causale.

Ex. 3

Con riferimento alla figura, la risposta impulsiva del sistema LTI ha l'espressione

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n - 1)$$

Determinare l'espressione esplicita del legame ingresso-uscita del sistema complessivo e stabilire se esso è lineare, tempo-invariante, stabile, dispersivo, causale.



Ex. 4

Valutare, per via grafica o analiticamente, la convoluzione tra i seguenti segnali:

1. $x(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) - \delta(n-3)$, $\quad y(n) = 2\,\mathcal{R}_4(n)$;
2. $x(n) = \mathcal{R}_5(n)$, $\quad y(n) = 2^n\,\mathcal{R}_7(n)$;
3. $x(n) = \mathrm{u}(n) - \mathrm{u}(n-10)$, $\quad y(n) = (0.9)^n \mathrm{u}(n)$;
4. $x(n) = (\frac{1}{2})^n\,\mathrm{u}(n)$, $\quad y(n) = (\frac{1}{4})^n\,\mathrm{u}(n)$.

N.B. Ricordate che sono valide le seguenti relazioni:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^n = \frac{1}{1-\alpha} \qquad |\alpha| < 1 \qquad\qquad \sum_{n=M}^{N} \alpha^n = \begin{cases} \frac{\alpha^M - \alpha^{N+1}}{1-\alpha} & \alpha \neq 1 \\ N - M + 1 & \alpha = 1 \end{cases}$$

Ex. 5

Tracciare il grafico dei seguenti segnali

1. $y(t) = x(t)\delta(t - T/2) + x(t) * \delta(t - T/2)$;
2. $y(t) = x(t) \sum_k \delta(t - kT/3)$;
3. $y(t) = x(t) * \sum_k \delta(t - 4kT)$.

dove $x(t) = \Lambda(t/T)$ e calcolarne componente continua e potenza.

Ex. 6

Calcolare la derivata (in senso generalizzato) dei seguenti segnali:

1. $x(t) = e^{-t}\mathrm{u}(t)$;
2. $x(t) = \Lambda(t)\,\mathrm{sign}(t)$;
3. $x(t) = e^{-|t|}\mathrm{rect}(t)$.

Ex. 7

Verificare che i seguenti sistemi sono LTI, calcolarne la risposta impulsiva e stabilire se sono causali e stabili:

1. $y(t) = \int_{t-T}^{t} x(\alpha) d\alpha$;
2. $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)}\, x(\tau)\, d\tau$;
3. $y(n) = \sum_{k=n-1}^{n+1} x(k)$;
4. $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n+1} x(k)$.

Ex. 8

Valutare, per via grafica o analiticamente, la convoluzione tra i seguenti segnali:

1. $x(t) = 2\delta(t) + \delta(t-5)$, $\quad y(t) = \mathrm{u}(t+1) - \mathrm{u}(t-1)$;
2. $x(t) = e^{-t}\mathrm{u}(t)$, $\quad y(t) = -\mathrm{rect}(t/2 - 3)$;
3. $x(t) = e^{-|t-2|}$, $\quad y(t) = 3$;
4. $x(t) = \mathrm{sign}(t)$, $\quad y(t) = \begin{cases} e^{2t} & t < 0 \\ e^{-3t} & t \geq 0 \end{cases}$

Ex. 9

Si consideri il segnale $x(t) = V + \cos(2\pi f_0 t)$, somma di una tensione continua V e di un segnale interferente sinusoidale. Si vuole rimuovere l'interferenza elaborando il segnale $x(t)$ mediante il filtro a prese trasversali mostrato in figura.

1. Determinare la risposta impulsiva del sistema;
2. nell'ipotesi in cui $f_0 T = 1/2$, determinare a_1 e a_2 affinché $y(t) = V$, in modo da avere perfetta soppressione dell'interferenza in uscita.