

Corso di TEORIA DEI SEGNALE per Telecomunicazioni (a.a.2010/2011)
ESERCITAZIONE n.3
Sviluppo in serie di Fourier
 docente L.Verdoliva

Ex. 1

Determinare lo spettro di ampiezza e di fase dei seguenti segnali periodici:

1. $x(t) = \cos^3(2\pi t)$;
2. $x(t) = \sin(2\pi t) + \cos(4\pi t + \pi/2)$;
3. $x(t) = \sin(6\pi f_0 t + \pi/4) \cos^2(2\pi f_0 t)$;

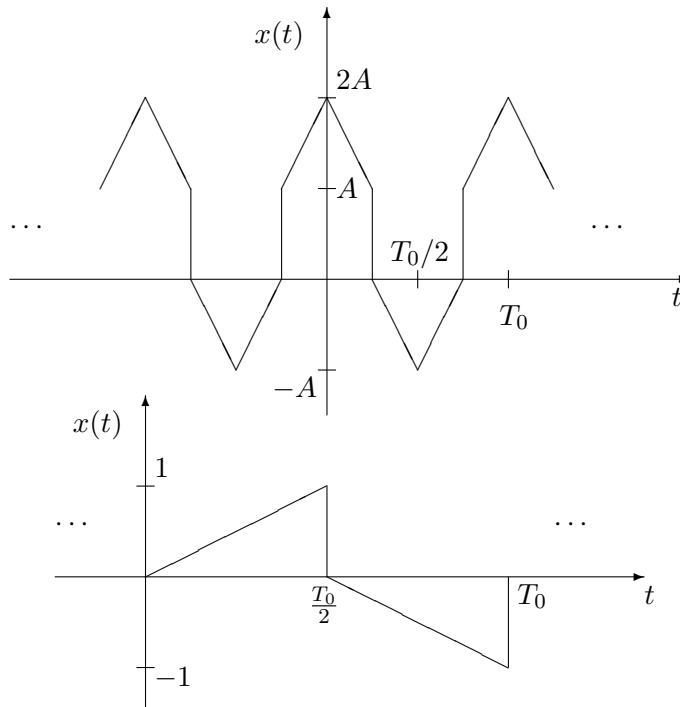
Ex. 2

Rappresentare graficamente i seguenti segnali e, utilizzando le proprietà, calcolarne i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier, sapendo che per il segnale $x(t) = \text{rep}_{T_0}[A \Lambda(2t/T_0)]$ risulta $X_k = (A/2) \text{sinc}^2(k/2)$:

1. $y(t) = \text{rep}_{T_0}[A(2\Lambda(2t/T_0) - \text{rect}(t/T_0))]$;
2. $y(t) = \sum_n A(-1)^n \Lambda\left[\frac{t-T_0/4-nT_0/2}{T_0/4}\right]$.

Ex. 3

Sfruttando i risultati dell'esercizio precedente e sapendo che per il segnale $x(t) = \text{rep}_{T_0}[A \text{rect}(2t/T_0)]$ risulta $X_k = (A/2) \text{sinc}(k/2)$, calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie dei seguenti segnali:



Ex. 4

Dato il segnale $x(t) = \text{rect}(t/T)$, si costruisca il segnale periodico:

$$y(t) = \cos(\pi t/T) + \sum_k (-1)^k x(t - kT)$$

Disegnare $y(t)$, calcolare spettro di ampiezza e di fase e valutarne la potenza.

Ex. 5

Si consideri un segnale $x(t)$ reale e dispari, periodico di periodo $T_0 = 6$ con coefficienti di Fourier X_k . Nell'ipotesi in cui:

1. $\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |x(t)|^2 dt = 10$;
2. $\int_{T_0} e^{j\pi t/3} x(t) dt = 6j$;
3. $X_k = 0$ per $|k| \geq 3$.

si determini una possibile espressione analitica di $x(t)$.

Ex. 6

Usando le proprietà della serie, calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier dei seguenti segnali periodici:

1. $x(n) = 1 + \sin(\frac{3\pi}{8}n + \frac{\pi}{4})$;
2. $x(n) = (-1)^n$;
3. $x(n) = \text{rep}_6[\mathcal{R}_2(n) - \mathcal{R}_2(n - 3)]$;
4. $x(n) = \text{rep}_5[x_g(n)]$, dove $x_g(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n - 1) + \delta(n - 2) + \delta(n - 3) + 2\delta(n - 4)$;
5. $x(n) = \sum_k \cos(\pi k/2)\delta(n - k)$.

Ex. 7

Sia $x(n)$ un segnale periodico reale e dispari con periodo pari a 7 e coefficienti di Fourier X_k , con

$$X_{15} = j, X_{16} = 2j, X_{17} = 3j$$

Calcolare i valori di X_0, X_{-1}, X_{-2} e X_{-3} .

Ex. 8

Si consideri un segnale $x(n)$ reale e pari, periodico di periodo $N_0 = 10$ con coefficienti di Fourier X_k . Nell'ipotesi in cui:

1. $X_{11} = 5$;
2. $\frac{1}{10} \sum_0^9 |x(n)|^2 = 50$.

Mostrare che $x(n) = A \cos(Bn + C)$ e specificare i valori di A, B e C .