Corso di TEORIA DEI SEGNALI per Telecomunicazioni (a.a.2010/2011)
ESERCITAZIONE n.5
Analisi dei sistemi nel dominio della frequenza
docente L.Verdoliva

Ex. 1
Può la risposta di un sistema LTI a $x(t) = \mathrm{sinc}(t)$ essere $y(t) = \mathrm{sinc}^2(t)$? Giustificare la risposta.

Ex. 2
In ingresso ad un sistema LTI con risposta impulsiva $h(t) = 1/(\pi t)$ si pone il segnale $x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$, determinare il segnale in uscita.

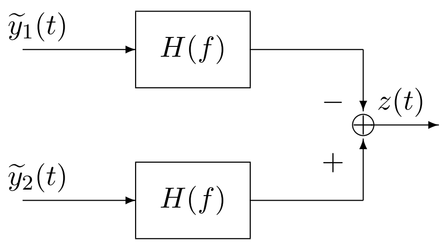
Ex. 3
Il segnale $x(t) = e^{-t/\tau}\mathrm{rect}(t/\tau)$ viene posto in ingresso ad un sistema avente risposta in frequenza $H(f) = j2\pi f\, e^{j2\pi f}$. Determinare $|H(f)|$ e $\angle H(f)$ e valutare il segnale $y(t)$ in uscita.

Ex. 4
Si consideri il sistema LTI con risposta in frequenza

$$H(f) = \frac{1 + j6\pi f}{1 + j8\pi f}$$

Determinare la risposta impulsiva $h(t)$ e calcolare il segnale in uscita al filtro, $y(t)$, quando l'ingresso è $x(t) = \cos(t)$.

Ex. 5
Dato lo schema di figura, dove $\widetilde{y}_1(t) = \mathrm{rep}_{2T}\,[\Lambda(t/T)]$ e $\widetilde{y}_2(t) = \mathrm{rep}_{4T}\,[\Lambda(t/T)]$, valutare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di $\widetilde{y}_1(t)$ ed $\widetilde{y}_2(t)$ e trovare l'espressione dell'uscita $z(t)$ quando $H(f) = \mathrm{rect}(3fT/2)$. Disegnare, inoltre, spettro di ampiezza e di fase di $z(t)$.



Ex. 6
Sia $x_p(t) = \mathrm{rep}_T[x(t)]$ un segnale periodico con $x(t) = [2\Lambda(2t/T) - 1]\mathrm{rect}(t/T)$. Si filtra il segnale con un sistema avente risposta in frequenza $H(f) = \mathrm{rect}(f/4f_0)e^{-j2\pi f/4f_0}$ con $f_0 = 1/T$. Determinare il segnale in uscita al filtro.

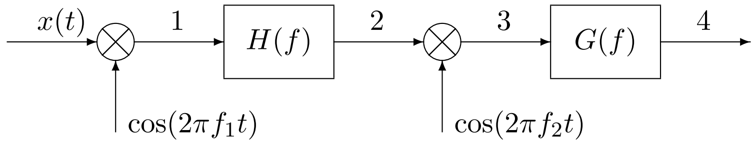
Ex. 7
Il segnale periodico

$$x(t) = \mathrm{rep}_T[(2\,\Lambda(t/T))\,\mathrm{rect}((t - T/2)/T)]$$

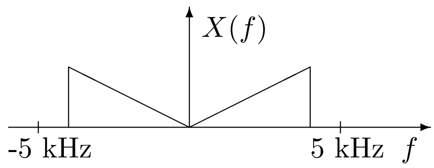
è filtrato con un filtro RC allo scopo di ottenere un segnale approssimativamente sinusoidale con frequenza $f_0 = 1/T$.

1. Calcolare modulo e fase dei coefficienti X_k dello sviluppo in serie di $x(t)$;
2. determinare la frequenza di taglio del filtro RC in modo che l'ampiezza della componente sinusoidale a frequenza $3f_0$ del segnale filtrato sia pari ad 1/6 della componente fondamentale.

Ex. 8

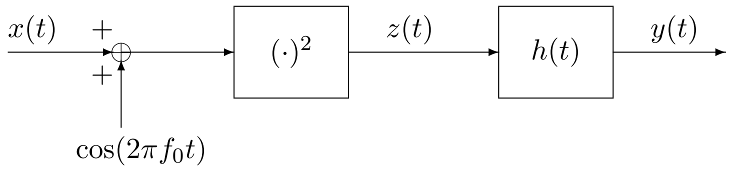


Nel sistema di figura, $H(f)$ è un filtro ideale passa alto con banda $B = 20$kHz, $G(f)$ è un filtro ideale passa basso con banda $B = 20$kHz, $f_1 = 20$ kHz, $f_2 = 25$ kHz.
Tale sistema è un codificatore semplificato usato per garantire la privatezza delle comunicazioni telefoniche. Analizzarne il funzionamento schizzando accuratamente lo spettro nei punti 1, 2, 3, e 4. Si assuma che lo spettro di un segnale telefonico abbia la forma sotto rappresentata.



Ex. 9

Con riferimento allo schema di figura, $x(t)$ è un segnale con trasformata di Fourier $X(f) = \mathrm{rect}(f/2B)$ ed $h(t)$ è un filtro passabanda avente risposta armonica $H(f) = \mathrm{rect}\left(\frac{f-f_0}{2B}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{f+f_0}{2B}\right)$.



1. Determinare lo spettro di $z(t)$ e rappresentarlo graficamente;
2. determinare sotto quali condizioni per f_0 e B l'uscita $y(t)$ risulta proporzionale a $x(t)\cos(2\pi f_0 t)$, cioè il sistema complessivo si comporta da *modulatore di ampiezza*.

Ex. 10

Si consideri il sistema LTI con risposta in frequenza definita in $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$:

$$H(\nu) = \begin{cases} e^{-j\,6\pi\nu} & |\nu| < \frac{3}{32} \\ 0 & \frac{3}{32} < |\nu| < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Calcolare l'uscita corrispondente al segnale di ingresso:

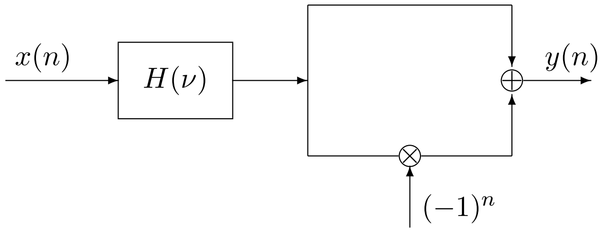
$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(n - 16k)$$

Ex. 11

Si consideri il sistema LTI con risposta in frequenza $H(\nu) = \mathrm{rep}_1[\mathrm{rect}(5\nu)]$, determinare l'uscita $y(n)$ quando il segnale in ingresso è $x(n) = \cos(\pi n/2) + \mathrm{rep}_8[\mathcal{R}_2(n)]$.

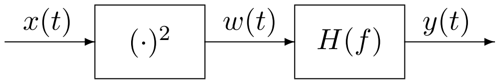
Ex. 12

Si consideri il sistema mostrato in figura, in cui $H(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathrm{rect}[2(\nu - k)]$. Stabilire se il sistema, che ha in ingresso $x(n)$ e uscita $y(n)$, è LTI e determinare $y(n)$ quando $x(n) = \delta(n)$.



Ex. 13

In figura il segnale $x(t) = [1 + A\cos(2\pi f_0 t)]\cos(2\pi f_1 t)$ con $f_1 = 10 f_0$ è posto in ingresso ad un sistema che lo eleva al quadrato e successivamente ad un filtro ideale con risposta in frequenza pari a $H(f) = \mathrm{rect}(f/10f_0)$. Determinare $y(t)$ e calcolare il valore di A che rende la potenza di seconda armonica di $y(t)$ inferiore di 6 dB rispetto a quella fondamentale.



Ex. 14

Per ciascuno dei seguenti segnali:

1. $x_1(t) = 2 + \cos(7\pi t/T)$,
2. $x_2(t) = \sin(5\pi t/T) + 3\cos(7\pi t/T)$,
3. $x_3(t) = 2\cos(\pi t/T) - \sin(3\pi t/T)$,

dire (giustificando il risultato) se ed eventualmente in che modo essi vengono distorti nel passaggio attraverso il sistema lineare stazionario la cui risposta in frequenza di ampiezza e fase è la seguente:

$$|H(f)| = \begin{cases} A & |f| < 2/T \\ 2A\left(1 - \frac{T}{4}|f|\right) & 2/T \le |f| < 4/T \\ 0 & |f| \ge 4/T \end{cases}$$

$$< H(f) = \begin{cases} \pi f T/8 & 2/T \le |f| < 4/T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Ex. 15

Il segnale $x(t) = \mathrm{rep}_T[(4At/T)\,\mathrm{rect}(t/T)]$ è posto in ingresso ad un sistema senza memoria definito dalla seguente relazione I/O:

$$g(x) = \begin{cases} |x| & |x| < A \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Il segnale in uscita $w(t)$ viene successivamente filtrato con un sistema avente risposta armonica $H(f) = \Lambda(2fT/3)\,e^{j\pi f T}$. Determinare il segnale $y(t)$ e valutarne la funzione di autocorrelazione.