

ESERCITAZIONE n.3 (Soluzioni)

Ex. 1

1. $X_1 = \frac{3}{8}, \quad X_3 = \frac{1}{8};$
2. $X_1 = \frac{1}{2}e^{-j\pi/2}, \quad X_2 = \frac{1}{2}e^{j\pi/2};$
3. $X_1 = \frac{A}{8}e^{-j\pi/4}, \quad X_3 = \frac{A}{4}e^{-j\pi/4}, \quad X_5 = \frac{A}{8}e^{-j\pi/4}.$

I segnali sono reali quindi $X_{-k} = X_k^*$.

Ex. 2

1. $X_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ A \operatorname{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) & k \neq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & k \text{ pari} \\ \frac{4A}{(\pi k)^2} & k \text{ dispari} \end{cases}$
2. $X_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ A \operatorname{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) e^{-j\pi k/2} & k \neq 0 \end{cases}.$

Ex. 3

1. $X_k = A \operatorname{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) - \frac{A}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}\right) (-1)^k = \begin{cases} A/2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \text{ pari} \\ \frac{A}{\pi k} (-1)^{\frac{k-1}{2}} + \frac{4A}{(\pi k)^2} & k \text{ dispari} \end{cases}$
2. $X_k = \begin{cases} 0 & k \text{ pari} \\ \frac{1}{2} e^{-j\pi k/2} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) & k \text{ dispari} \end{cases}$

Ex. 4

Il segnale $y(t)$ è la somma di una sinusoide e di un'onda quadra entrambe di periodo $2T$.

$$Y_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ \frac{2}{\pi} + \frac{1}{2} & k = \pm 1 \\ \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}\right) & k \neq 0, \pm 1 \end{cases}$$

Inoltre risulta $P_y = \frac{3}{2} + \frac{4}{\pi}$.

Ex. 5

Il segnale è $x(t) = -2 \sin(\pi t/3) \pm 4 \sin(2\pi t/3)$.

Ex. 6

1. Il segnale ha periodo $N_0 = 16$ e coefficienti di Fourier diversi da zero:
 $X_0 = 1, X_3 = X_{-3}^* = \frac{1}{2} e^{-j\pi/4},$
2. $x(n) = (-1)^n = e^{j\pi n}$ periodico con $N_0 = 2$, e risulta $X_0 = 0$ e $X_1 = 1$.

$$3. X_k = \begin{cases} \frac{2}{3} \cos(\pi k/6) e^{-j\pi k/6} & k \text{ pari} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$4. X_k = \begin{cases} \frac{\sin(3\pi k/5)}{5 \sin(\pi k/5)} & k \neq 0 \\ \frac{8}{5} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

5. Il segnale è periodico di periodo 4 e ha coefficienti di Fourier diversi da zero: $X_1 = X_{-1}^* = \frac{1}{2}$.

Ex. 7

$$X_0 = 0, X_{-1} = -j, X_{-2} = -2j, X_{-3} = -3j.$$

Ex. 8

$$A = 10, B = \pi/5, C = 0.$$