Lezione n.6 - Soluzioni

Laboratorio di Telecomunicazioni

L.Verdoliva

1 Serie discreta di Fourier

- a) *Analisi e sintesi di un segnale periodico.* Di seguito la funzione per il calcolo dei coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier:

```
function X = dfs(x);
% funzione che realizza la serie di Fourier inversa

N = length(x);
n = [0:N-1];
k = [0:N-1];
W = exp(-i*2*pi*k'*n/N);
x=x.';
X=(W*x)/N;
```

Per ricostruire il segnale (o meglio il suo generatore) a partire da tali coefficienti:

```
function x = idfs(X);
% funzione che realizza la serie di Fourier inversa

N = length(X);
n = [0:N-1];
k = [0:N-1];
W = exp(-i*2*pi*k'*n/N);
x = real(X*W');
```

- b) *Treno di impulsi rettangolari.* Per valutare cosa succede se aumenta il periodo N del treno di impulsi rettangolari basta inserire un ciclo for al codice usato in laboratorio:

```

L = 4;
N = [30 40 50 60 70];
for i = 1:5
    x = [ones(1,L) zeros(1,N(i)-L)];
    X = dfs(x);
    v = [-1/2:1/N(i):1/2-1/N(i)];
    X = fftshift(X);
    subplot(211); stem(v,abs(X),'filled'); ylabel('ampiezza'); xlabel('v');
    title(sprintf('treno di impulsi rettangolari con periodo N=%d',N(i)));
    subplot(212); stem(v,angle(X),'filled'); ylabel('fase'); xlabel('v');
    pause;
end

```

Noterete come all'aumentare del periodo aumentino il numero dei coefficienti di Fourier e quindi diventi più fitto il campionamento della funzione sinc che è proprio la trasformata del generatore. Se invece fate variare $L = 4, 8, 10, 12, 16$ fissato $N = 40$ il numero di coefficienti non varia, ma essendo il generatore di durata sempre più grande il segnale varia più lentamente per cui il contenuto frequenziale si stringe intorno alle basse frequenze (il lobo principale della sinc diventa più stretto).

2 Serie continua di Fourier

a) *Treno di impulsi rettangolari.* Convertiamo lo script visto in laboratorio in una funzione:

```

function [x,t] = sintesi_rect(K,A,T,T_0);
% Funzione per la sintesi di un treno di impulsi rettangolare
% K: numero di armoniche
% A: ampiezza del generatore
% T: durata del generatore
% T_0: periodo del segnale

t1=-T_0; dt=0.01; t2=T_0;
t=[t1:dt:t2];
n=[-K:K];
X_0 = A*T/T_0;
x = X_0;
X_k = [zeros(1,K) X_0 zeros(1,K)];
figure(1);
for k=1:K
    subplot(2,1,1); stem(n,X_k,'filled');
    subplot(2,1,2); plot(t,x); pause;
    val_k = (A*T/T_0)*sinc(k*T/T_0);
    X_k(find((n==k)|(n==-k))) = val_k;
    x = x + 2*val_k*cos(2*pi*k*t/T_0);
end

```

b) *Treno di impulsi triangolari.*

```
function [x,t] = sintesi_trian(K,A,T,T_0);
% Funzione per la sintesi di un treno di impulsi triangolare
% K: numero di armoniche
% A: ampiezza del generatore
% T: durata del generatore
% T_0: periodo del segnale

t1=-T_0; dt=0.01; t2=T_0;
t=[t1:dt:t2];
n=[-K:K];
X_0 = A*T/T_0;
x = X_0;
X_k = [zeros(1,K) X_0 zeros(1,K)];
figure(1);
for k=1:K
    subplot(2,1,1); stem(n,X_k,'filled');
    subplot(2,1,2); plot(t,x); pause;
    val_k = (A*T/T_0)*(sinc(k*T/T_0)).^2;
    X_k(find((n==k)|(n==-k))) = val_k;
    x = x + 2*val_k*cos(2*pi*k*t/T_0);
end
```

c) *Errore di rappresentazione.* Calcoliamo l'errore di rappresentazione per il treno di impulsi rettangolare al variare del numero di armoniche:

```
T_0 = 16;
T = T_0/2;
t1=-T_0/2; dt=0.01; t2=T_0/2;
t=[t1:dt:t2];
x = (abs(t)<T_0/4);
A = 1;
xhat = A*T/T_0;
for k = 1:20
    val_k = (A*T/T_0)*(sinc(k*T/T_0));
    xhat = xhat + 2*val_k*cos(2*pi*k*t/T_0);
    MSE(k) = mean((x-xhat).^2);
end
figure(1); subplot(2,1,1); plot(t,x); axis([-8 8 -0.5 1.5]);
title('segnale originale');
subplot(2,1,2); plot(t,xhat);
title('segnale ricostruito');
figure(2); plot(1:20,MSE,'-*'); xlabel('N.ro armoniche'); ylabel('MSE');
```